

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 21

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $(15 - 3 \cdot 5) : 5 + 1$ este egal cu
- 5p 2. Dacă $x\%$ din 80 este egal cu 40, atunci x este egal cu
- 5p 3. Dacă n este numărul natural din intervalul $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, atunci n este egal cu
- 5p 4. Dreptunghiul $MNPQ$ are lungimea $MN = 10\text{cm}$ și lățimea $NP = 7\text{cm}$. Aria acestui dreptunghi este egală cu ... cm^2 .
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentată o prismă patrulateră cu baza dreptunghiul $ABCD$. Unghiul dreptelor AD și $D'C'$ are măsura de ... °.

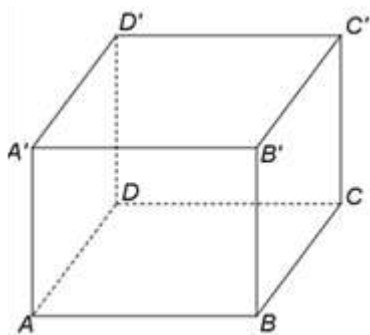


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică, în timpul unei zile, la diferite ore.

Ora	Ora 6	Ora 9	Ora 11	Ora 13	Ora 15	Ora 17	Ora 19
Temperatura (°C)	10	12	13	15	17	15	14

Conform informațiilor din tabel, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în acea zi este egală cu ... °C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trapez $ABCD$ cu bazele AB și CD , $AB > CD$.
- 5p 2. Se consideră numerele reale $x = (2^{20})^3 : 2^{56} - 2^3$ și $y = (3^{23} - 3^{22} - 3^{21} - 3^{20}) : 3^{20} + 3^0 + 3^1$. Calculați media geometrică a numerelor x și y .
- 5p 3. O bunică și cei doi nepoți au suma vârstelor egală cu 69 de ani. Vârsta bunicii este un număr natural de două cifre, în care cifra zecilor reprezintă vârsta unui nepot, iar cifra unităților reprezintă vârsta celuilalt nepot. Determinați vârsta bunicii.
4. Se consideră numerele reale $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$ și $b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\right) : \frac{1}{\sqrt{6}}$.
- 5p a) Arătați că $a = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Arătați că numărul $N = (b - 2a)^2 - \sqrt{24}$ este natural.

- 5p** 5. Se consideră expresia $E(x) = (3x-1)^2 - (3x+1)^2 + (3x+2)^2 - 9x^2$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(49)$ este pătratul unui număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 12$ cm, $CD = 4$ cm și $m(\sphericalangle ABC) = 60^\circ$. Paralela prin B la dreapta AC intersectează dreapta CD în punctul P .

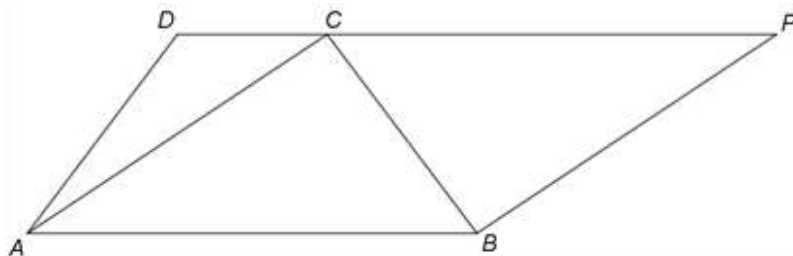


Figura 2

- 5p** a) Arătați că măsura unghiului ADC este egală cu 120° .
5p b) Arătați că aria patrulaterului $ABPD$ este egală cu $56\sqrt{3}$ cm².
5p c) Se consideră punctul M , mijlocul segmentului AB și N , punctul de intersecție a dreptelor PM și BC . Demonstrați că lungimea segmentului BN este mai mică decât 2,7 cm.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCA'B'C'D'$ cu $AB = 4$ cm. Punctele M și N sunt situate pe laturile AB și BC astfel încât $AM = 3$ cm și $BN = 3$ cm, iar E este punctul de intersecție a dreptelor AN și DM .

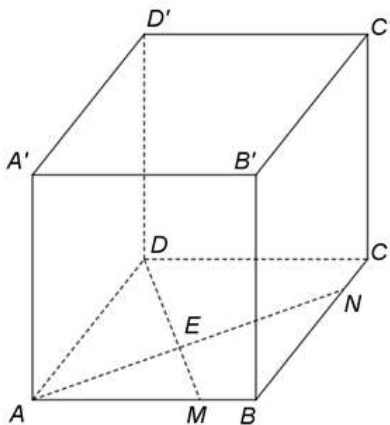


Figura 3

- 5p** a) Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 16 cm².
5p b) Arătați că distanța de la punctul A' la dreapta DM este egală cu $\frac{4\sqrt{34}}{5}$ cm.
5p c) Determinați sinusul unghiului dintre dreapta AD și planul (ANA') .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 21

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.

- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	1	5p
2.	50	5p
3.	1	5p
4.	70	5p
5.	90	5p
6.	7	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează trapezul Notează trapezul $ABCD$ cu bazele AB și CD , $AB > CD$	4p 1p
2.	$x = 2^{60} : 2^{56} - 2^3 = 2^4 - 8 = 8$ $y = 3^{20} (3^3 - 3^2 - 3^1 - 1) : 3^{20} + 1 + 3 = 14 + 4 = 18$, de unde obținem media geometrică $m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 9} = 12$	2p 3p
3.	$\overline{ab} + a + b = 69 \Rightarrow 11a + 2b = 69$ Cum a și b sunt cifre, obținem $a = 5$, $b = 7$, deci vârsta bunicii este 57 de ani	2p 3p
4.	a) $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} =$ $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	3p 2p
	b) $b = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ $N = (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1 - 1)^2 - \sqrt{24} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} = 5$, care este număr natural	3p 2p
5.	$E(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 + 9x^2 + 12x + 4 - 9x^2 = 4$, pentru orice număr real x $E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(49) = 4 \cdot 49 = 2^2 \cdot 7^2 = 14^2$, care este pătratul unui număr natural	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $ABCD$ este trapez isoscel, deci $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle BAD \Rightarrow m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$ $AB \parallel CD \Rightarrow \sphericalangle ADC$ și $\sphericalangle BAD$ sunt suplementare, deci $m(\sphericalangle ADC) = 120^\circ$	2p 3p
	b) $AB \parallel CP$ și $AC \parallel BP \Rightarrow ABPC$ paralelogram, deci $CP = 12$ cm și, cum D , C și P sunt coliniare, obținem $DP = 16$ cm $ABCD$ este trapez isoscel, deci $BE = 4$ cm, unde $CE \perp AB$, $E \in AB \Rightarrow \operatorname{tg}(\sphericalangle EBC) = \frac{CE}{BE}$, deci $CE = 4\sqrt{3}$ cm și, cum $ABPD$ este trapez, obținem $\mathcal{A}_{ABPD} = \frac{(12+16) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 56\sqrt{3}$ cm ²	2p 3p

	<p>c) $ABPC$ este paralelogram, deci BO este mediană în $\triangle ABP$, unde $\{O\} = AP \cap BC$ și, cum PM este mediană în $\triangle ABP$ și $\{N\} = PM \cap BC \Rightarrow N$ este centrul de greutate al $\triangle ABP$</p> <p>$BC = \sqrt{CE^2 + BE^2} = 8\text{cm}$ și, cum $BN = \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3}BC$, obținem că $BN = \frac{8}{3}\text{cm} < 2,7\text{cm}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.	<p>a) $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 = 4^2 = 16\text{cm}^2$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>b) $AD = BA$, $AM = BN$ și $AD \perp AB$, $AB \perp BC \Rightarrow \triangle ADM \equiv \triangle BAN \Rightarrow \sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle BNA$ și, cum $m(\sphericalangle BAN) + m(\sphericalangle BNA) = 90^\circ$, obținem că $m(\sphericalangle MAE) + m(\sphericalangle AME) = 90^\circ$, deci $AE \perp ME$</p> <p>$AA' \perp (ABC)$, $AE \perp DM$ și $DM \subset (ABC) \Rightarrow A'E \perp DM$ și, cum $AE = \frac{AD \cdot AM}{DM} = \frac{12}{5}\text{cm}$, obținem $d(A', DM) = A'E = \sqrt{AA'^2 + AE^2} = \sqrt{\frac{544}{25}} = \frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
	<p>c) $AA' \perp (ABC)$ și $DE \subset (ABC) \Rightarrow A'A \perp DE$ și, cum $DE \perp AE$ și $AE \cap AA' = \{A\}$, obținem $DE \perp (ANA')$, deci $m(\sphericalangle(AD, (ANA'))) = m(\sphericalangle(AD, AE)) = m(\sphericalangle DAE)$</p> <p>$\sphericalangle DAE$, $\sphericalangle ADE$ sunt complementare, $\sphericalangle ADE$, $\sphericalangle AMD$ sunt complementare $\Rightarrow \sphericalangle DAE \equiv \sphericalangle AMD$, de unde obținem $\sin(\sphericalangle DAE) = \sin(\sphericalangle AMD) = \frac{AD}{DM} = \frac{4}{5}$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>