

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 22

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $20 - (20 : 4 + 5)$ este egal cu
- 5p 2. Numărul care reprezintă 10% din 20 este egal cu
- 5p 3. Dacă $A = \left\{-1, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right\}$ și \mathbb{N} este mulțimea numerelor naturale, atunci $A \cap \mathbb{N} = \{\dots\}$.
- 5p 4. Triunghiul echilateral ABC are $AB = 4$ cm. Perimetrul acestui triunghi este egal cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AD' și AB' are măsura de ...°.

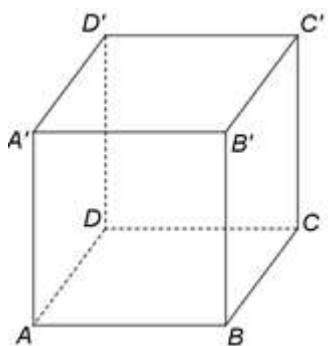


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este dată o dependență funcțională.

x	-1	a	1
$y = 3x - 2$	-5	-2	1

Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC) > 90^\circ$.
- 5p 2. Numerele reale a , b și c sunt direct proporționale cu numerele 3, 7 și 11. Arătați că b este media aritmetică a numerelor a și c .
- 5p 3. Un kilogram de banane costă cât două kilograme de portocale. Un restaurant a cumpărat treizeci de kilograme de portocale și patruzeci și cinci de kilograme de banane, pentru care a plătit 360 de lei. Determinați prețul unui kilogram de portocale.
4. Se consideră numerele reale $x = (1 + \sqrt{3})^2 - 2(2 - \sqrt{5})$ și $y = (\sqrt{15} + \sqrt{75} - \sqrt{45}) \cdot \frac{1}{\sqrt{15}}$.
- 5p a) Arătați că $x = 2(\sqrt{3} + \sqrt{5})$.
- 5p b) Arătați că numărul $N = x(y - 1)$ este natural.
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (x - 1)^2 + (2x - 1)^2 + (1 - x)(2x - 1) + 3x - 1$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care numărul $E(n)$ este prim.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC cu $AB \perp AC$, $AC = 4\text{ cm}$ și $BC = 8\text{ cm}$. Semidreapta CM , $M \in AB$ este bisectoarea unghiului ACB .

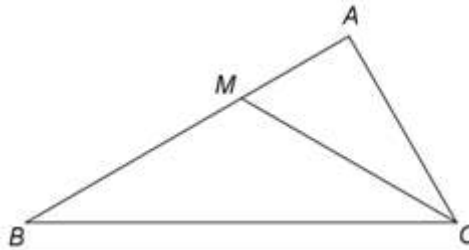


Figura 2

- 5p a) Arătați că $AB = 4\sqrt{3}\text{ cm}$.
- 5p b) Demonstrați că triunghiul BMC este isoscel.
- 5p c) Se consideră punctul N , pe latura AC , astfel încât distanța de la punctul N la dreapta AB să fie egală cu distanța de la punctul N la dreapta BC . Demonstrați că $(2 + \sqrt{3})NA = AB$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC = 16\text{ cm}$ și $BD = 12\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul laturii CD , $PM \perp (ABC)$, $PM = 4\text{ cm}$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD .

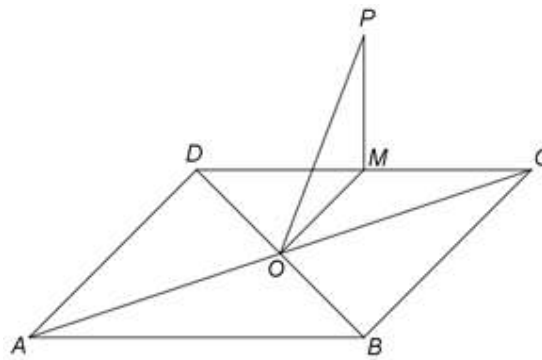


Figura 3

- 5p a) Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 96 cm^2 .
- 5p b) Demonstrați că dreapta AD este paralelă cu planul (POM) .
- 5p c) Determinați distanța de la punctul P la dreapta AC .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 22

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	10	5p
2.	2	5p
3.	1	5p
4.	12	5p
5.	60	5p
6.	0	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează paralelogramul Notează paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC) > 90^\circ$	4p 1p
2.	$\frac{a}{3} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11} = \frac{a+c}{14}$ $\frac{b}{7} = \frac{a+c}{14} \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$, deci b este media aritmetică a numerelor a și c	3p 2p
3.	Un kilogram de banane costă $2x$, unde x este prețul unui kilogram de portocale, deci $30 \cdot x + 45 \cdot 2x = 360$ $x = 3$ lei	3p 2p
4.	a) $x = 1 + 2\sqrt{3} + 3 - 4 + 2\sqrt{5} =$ $= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} = 2(\sqrt{3} + \sqrt{5})$	3p 2p
	b) $y = (\sqrt{15} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}) \cdot \frac{1}{\sqrt{15}} = 1 + \frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{3}} = 1 + \sqrt{5} - \sqrt{3}$ $N = 2(\sqrt{3} + \sqrt{5})(1 + \sqrt{5} - \sqrt{3} - 1) = 2(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 2(5 - 3) = 4$, care este număr natural	3p 2p
5.	$E(x) = x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 + 2x - 1 - 2x^2 + x + 3x - 1 = 3x^2$, pentru orice număr real x $E(n) = 3n^2$, pentru orice număr natural n și, cum $E(n)$ este număr prim, obținem $n = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\triangle ABC$ este dreptunghic în $A \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} =$ $= \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ cm	3p 2p
	b) $\triangle ABC$ este dreptunghic și $AC = \frac{BC}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle ABC) = 30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ACB) = 60^\circ$ Semidreapta CM este bisectoarea unghiului $ACB \Rightarrow m(\sphericalangle MCB) = \frac{m(\sphericalangle ACB)}{2} = 30^\circ$, de unde obținem $\sphericalangle MBC \equiv \sphericalangle MCB$, deci triunghiul BMC este isoscel	2p 3p

	<p>c) $ND \perp BC, D \in BC \Rightarrow d(N, BC) = ND$ și $NA \perp AB \Rightarrow d(N, AB) = NA$, deci $NA = DN$</p> <p>$\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle DCN$ și $\sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle CDN \Rightarrow \Delta ACB \sim \Delta DCN \Rightarrow \frac{AB}{DN} = \frac{BC}{NC} \Rightarrow AB \cdot NC = BC \cdot DN$</p> <p>Cum $DN = NA$ și $NC = AC - NA$, obținem $4\sqrt{3} \cdot (4 - NA) = 8NA \Rightarrow 8NA + 4\sqrt{3}NA = 16\sqrt{3}$, de unde obținem $4(2 + \sqrt{3})NA = 16\sqrt{3} \text{ cm}$, deci $(2 + \sqrt{3})NA = 4\sqrt{3} \text{ cm} = AB$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
2.	<p>a) $ABCD$ este romb, deci $A_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} =$</p> <p>$= \frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>b) $ABCD$ este romb și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și $BD \Rightarrow O$ este mijlocul segmentului AC și, cum M este mijlocul segmentului CD, obținem că MO este linie mijlocie în ΔADC</p> <p>$AD \parallel MO, MO \subset (POM) \Rightarrow AD \parallel (POM)$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
	<p>c) $PM \perp (ABC), MN \perp AC, N \in AC, AC \subset (ABC) \Rightarrow PN \perp AC$, deci $d(P, AC) = PN$</p> <p>$MN \perp AC, BD \perp AC \Rightarrow MN \parallel BD$ și, cum M este mijlocul segmentului CD, obținem că MN este linie mijlocie în ΔDOC, deci $MN = \frac{DO}{2} = 3 \text{ cm}$ și, cum $PM \perp (ABC)$,</p> <p>$MN \subset (ABC)$, deci $PM \perp MN$, obținem $PN = \sqrt{PM^2 + MN^2} = 5 \text{ cm}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>