EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 27

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10+6\cdot(40-20\cdot 2)$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă o treime din 30 este egal cu $\ldots$.

5p **3.** Cel mai mare număr prim din mulțimea $M=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ este $\ldots$.

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are perimetrul de 20cm. Lungimea laturii acestui pătrat este egală cu $\ldots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor BD și $A'C'$ are măsura de $\ldots^\circ$.

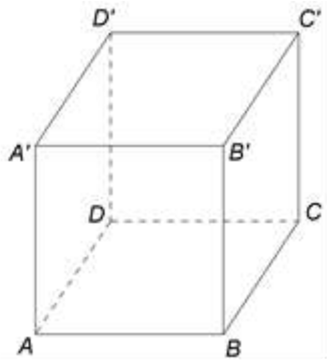
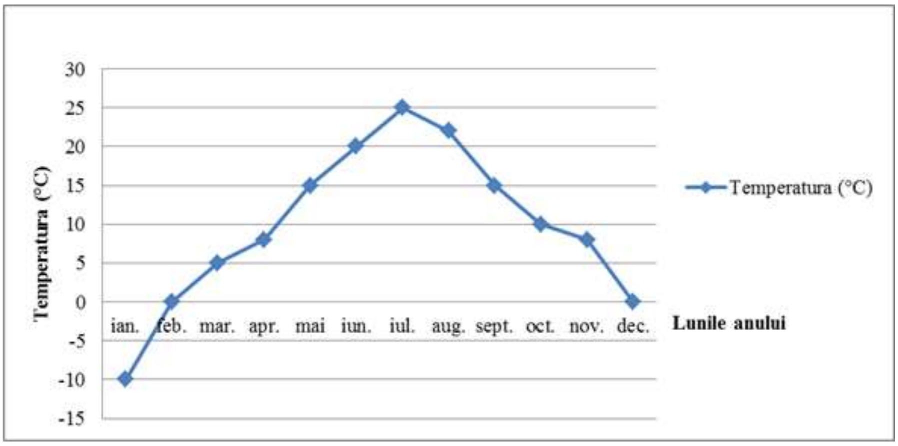


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate temperaturile medii înregistrate la o stație meteo, pentru fiecare dintre lunile unui an.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre temperatura înregistrată în luna decembrie și temperatura înregistrată în luna ianuarie este egală cu $\ldots{}^\circ\text{C}$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un dreptunghi $ABCD$.

5p **2.** Se consideră numerele reale $x=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)$ şi $y=\left(1-\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right):\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{9}\right)$. Arătați că media aritmetică a numerelor x și y este egală cu 1.

5p **3.** Prețul unui obiect a crescut cu 10% și apoi noul preț s-a redus cu 10%. Prețul final este egal cu 198 de lei. Determinaţi prețul inițial al obiectului.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(2^{99}+2^{99}\right):32^{14}$, $b=\sqrt{2^2}-\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}+\frac{\sqrt{50}}{5}$.

5p **a)** Arătați că $a=2^{30}$.

5p **b)** Arătați că $a < b^{20}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x) = (3x+4)^2 - 2(3x-4)(3x+4) + (3x-4)^2$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care $E(n) = n^3$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat triunghiul echilateral ABC cu $AB = 6\,\text{cm}$. Punctele distincte D și E sunt situate în exteriorul triunghiului ABC astfel încât triunghiurile ABD și ACE sunt echilaterale. Punctul M este mijlocul segmentului BC.

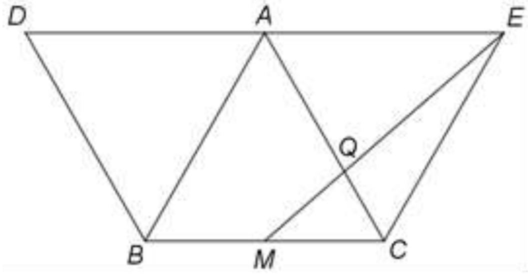


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCE$ este egal cu $24\,\text{cm}$.

5p **b)** Determinați distanța de la punctul E la dreapta BD.

5p **c)** Calculați aria triunghiului CMQ, unde Q este punctul de intersecție a dreptelor AC și EM.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă patrulateră $ABCDA'B'C'D'$ cu $AA' \perp (ABC)$, $AA' = 12\sqrt{3}\,\text{cm}$ și $ABCD$ pătrat cu $AB = 12\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar punctul M este intersecția dreptelor BC' și $B'C$.

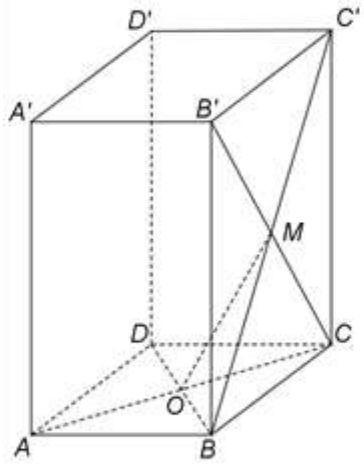


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu $144\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că unghiul dreptelor $A'B$ și OM are măsura de $60°$.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta OM și planul (BCC').

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 27

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	10	**5p**
3.	7	**5p**
4.	5	**5p**
5.	90	**5p**
6.	10	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează dreptunghiul	**4p**
	Notează dreptunghiul $ABCD$	**1p**
2.	$x=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$	**2p**
	$y=\frac{20-8-5}{20}:\frac{27-20}{36}=\frac{7}{20}:\frac{7}{36}=\frac{7}{20}\cdot\frac{36}{7}=\frac{9}{5}\Rightarrow m_a=\frac{\frac{1}{5}+\frac{9}{5}}{2}=\frac{2}{2}=1$	**3p**
3.	$x+\frac{10}{100}\cdot x-\frac{10}{100}\cdot\left(x+\frac{10}{100}\cdot x\right)=198$, unde x este prețul inițial al obiectului	**3p**
	$x=200$ de lei	**2p**
4.	**a)** $a=\left(2^{99}+2^{99}\right):\left(2^5\right)^{14}=\left(2\cdot 2^{99}\right):2^{70}=$	**3p**
	$=2^{100}:2^{70}=2^{30}$	**2p**
	b) $b=2-\left\|1-\sqrt{2}\right\|+\frac{5\sqrt{2}}{5}=2-\left(\sqrt{2}-1\right)+\sqrt{2}=2-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}=3$	**3p**
	$a<b^{20}\Leftrightarrow 2^{30}<3^{20}\Leftrightarrow\left(2^3\right)^{10}<\left(3^2\right)^{10}\Leftrightarrow 8^{10}<9^{10}$, relație adevărată	**2p**
5.	$E(x)=\left((3x+4)-(3x-4)\right)^2=(3x+4-3x+4)^2=8^2=64$, pentru orice număr real x	**3p**
	$n^3=64\Leftrightarrow n^3=4^3$, de unde obținem $n=4$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $AC=BC=6\text{cm}$	**2p**
	ΔACE este echilateral, deci $CE=EA=6\text{cm}\Rightarrow P_{ABCE}=AB+BC+CE+EA=4\cdot 6=24\text{cm}$	**3p**
	b) $ABCE$ romb, deci BE este bisectoarea $\sphericalangle ABC\Rightarrow m(\sphericalangle ABE)=\frac{1}{2}\cdot 60°=30°$ și, cum ΔABD este echilateral, obținem $m(\sphericalangle DBE)=m(\sphericalangle ABD)+m(\sphericalangle ABE)=90°\Rightarrow EB\perp BD\Rightarrow d(E,BD)=EB$	**3p**
	$m(\sphericalangle DAE)=m(\sphericalangle DAB)+m(\sphericalangle BAC)+m(\sphericalangle CAE)=180°\Rightarrow D$, A și E sunt coliniare, deci $DE=12\text{cm}$ și, cum ΔBED este dreptunghic, obținem $EB=6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**

	c) $BC \parallel AE \Rightarrow \Delta MQC \sim \Delta EQA \Rightarrow \frac{CQ}{QA} = \frac{CM}{AE}$, deci $\frac{CQ}{QA} = \frac{1}{2}$	**2p**
	ΔABC echilateral $\Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow AM \parallel QN$, unde $QN \perp BC$, $N \in BC \Rightarrow \Delta CQN \sim \Delta CAM$, deci $\frac{QN}{AM} = \frac{1}{3}$, de unde obținem $\mathcal{A}_{\Delta CMQ} = \frac{1}{2} \cdot QN \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot AM \cdot \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 12^2 = 144\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ABCD$ pătrat, deci O este mijlocul lui AC și $BCC'B'$ dreptunghi, deci M este mijlocul lui $B'C \Rightarrow OM$ linie mijlocie în $\Delta ACB' \Rightarrow OM \parallel AB' \Rightarrow m(\sphericalangle(A'B, OM)) = m(\sphericalangle(A'B, AB'))$	**3p**
	$AA' \perp (ABC) \Rightarrow ABB'A'$ dreptunghi, deci $AB' = \sqrt{144 + 432} = 24\text{cm}$ și, cum $AB = 12\text{cm}$, obținem că $m(\sphericalangle AB'B) = 30°$, deci $m(\sphericalangle(A'B, OM)) = m(\sphericalangle(A'B, AB')) = 60°$	**2p**
	c) $ON \perp BC$, unde N este mijlocul lui BC și, cum $BB' \perp (ABC)$ și $ON \subset (ABC) \Rightarrow BB' \perp ON$ deci, cum $BC \cap BB' = \{B\}$, $ON \perp (BCC') \Rightarrow m(\sphericalangle(OM, (BCC'))) = m(\sphericalangle(OM, MN)) = m(\sphericalangle OMN)$	**3p**
	ΔONM dreptunghic, $ON = 6\text{cm}, OM = 12\text{cm} \Rightarrow \sin(\sphericalangle OMN) = \frac{ON}{OM} = \frac{1}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle OMN) = 30°$	**2p**