EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 32

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $6-6\cdot(10-20:2)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $\frac{5a}{3}=\frac{20}{b}$, atunci numărul $5ab$ este egal cu $\dots$.

5p **3.** Produsul elementelor mulțimii $M=\{x\in\mathbb{N}\mid x-2\le 2\}$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ este $MN=12\,\text{cm}$. Suma lungimilor bazelor acestui trapez este egală cu $\dots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor BD și AA' are măsura de $\dots^\circ$.

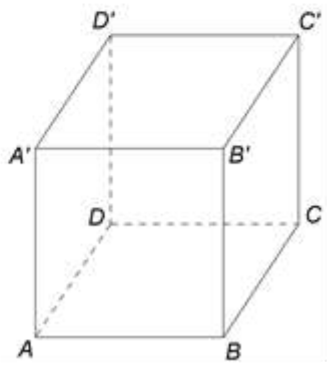

Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei școli la un test.

Punctaj	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	6	14	15	15	25	25

Conform informațiilor din tabel, probabilitatea ca, alegând un elev din această școală, acesta să aibă la acest test un punctaj mai mic sau egal cu 8 este egală cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $m(\sphericalangle DAB)=90^\circ$ și bazele AB și CD.

5p **2.** Determinați numerele naturale de două cifre care împărțite pe rând la 6 și la 15 dau de fiecare dată restul 5.

5p **3.** Un automobil a parcurs un traseu în trei etape. În prima etapă a parcurs cu $20\,\text{km}$ mai puțin decât $\frac{2}{3}$ din lungimea traseului, în a doua etapă a parcurs cu $15\,\text{km}$ mai mult decât $\frac{3}{5}$ din rest, iar în ultima etapă, restul de $65\,\text{km}$. Determinaţi lungimea traseului parcurs de automobil.

4. Se consideră numerele reale $a=\sqrt{3}\left(4\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)-2\left(\sqrt{24}+3\right)$ și $b=\left|5-3\sqrt{3}\right|+2\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătați că $a=3$.

5p **b)** Arătați că numărul $n=\frac{a+b}{2}$ aparține intervalului $\left(3,2\sqrt{3}\right)$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left((x+4)^2-3(x+4)-1\right)\left(x^2+5x-3\right)+9$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr natural a, numărul $E(a)$ este pătratul unui număr natural par.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 10\,\text{cm}$, $AD = 6\,\text{cm}$ și $m(\sphericalangle BAD) = 45°$. În exteriorul paralelogramului $ABCD$ se construiesc pătratele $ADEF$ și $ABMN$.

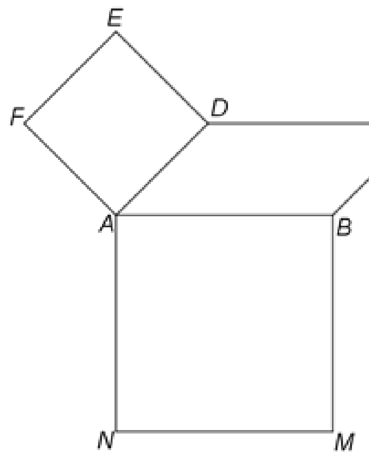

Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $32\,\text{cm}$.

5p **b)** Calculați aria patrulaterului $ABCD$.

5p **c)** Demonstrați că punctul A este ortocentrul triunghiului CFN.

2. În *Figura 3* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB = 12\,\text{cm}$ și dreptele AM, BN, CP și DQ, perpendiculare pe planul (ABC), astfel încât punctele M, N, P și Q sunt situate de aceeași parte a planului (ABC) și $AM = 2\,\text{cm}$, $BN = 8\,\text{cm}$, $CP = 10\,\text{cm}$ și $DQ = 4\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar punctul E este mijlocul segmentului MP.

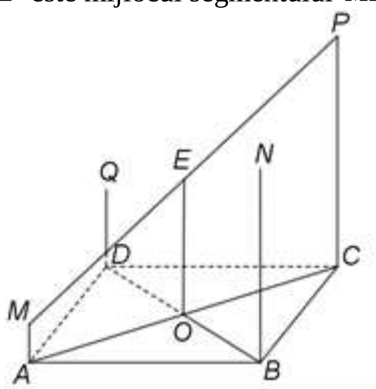

Figura 3

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $72\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta EO este perpendiculară pe planul (ABC).

5p **c)** Demonstrați că punctele M, N, P și Q sunt coplanare.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 32

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	6	**5p**
2.	60	**5p**
3.	0	**5p**
4.	24	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$\frac{1}{2}$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul dreptunghic	**4p**
	Notează trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $m(\sphericalangle DAB)=90°$ și bazele AB și CD	**1p**
2.	$\overline{ab}=6x+5$, $\overline{ab}=15y+5$, unde x și y sunt câturile obținute în fiecare caz, deci numărul $\overline{ab}-5$ este divizibil cu 6 și cu 15	**2p**
	$\overline{ab}-5\in\{30,60,90\}$, deci $\overline{ab}=35$, $\overline{ab}=65$ sau $\overline{ab}=95$	**3p**
3.	$\left(\frac{2}{3}\cdot x-20\right)+\frac{3}{5}\left(x-\frac{2}{3}\cdot x+20\right)+15+65=x$, unde x este lungimea traseului parcurs de automobil	**3p**
	$x=540\,\text{km}$	**2p**
4.	**a)** $a=4\sqrt{6}+9-2\left(2\sqrt{6}+3\right)=$	**3p**
	$=4\sqrt{6}+9-4\sqrt{6}-6=3$	**2p**
	b) $b=\left(3\sqrt{3}-5\right)+2\cdot\frac{3}{2}-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}-5+3-\sqrt{3}+2=2\sqrt{3}$	**3p**
	$n=\frac{a+b}{2}=\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ și, cum $3<2\sqrt{3}$, obținem $3<\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ și $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}<2\sqrt{3}$, deci $n\in\left(3,2\sqrt{3}\right)$	**2p**
5.	$E(x)=\left(x^2+8x+16-3x-12-1\right)\left(x^2+5x-3\right)+9=\left(x^2+5x+3\right)\left(x^2+5x-3\right)+9=\left(x^2+5x\right)^2-3^2+9=$ $=\left(x^2+5x\right)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	Pentru orice număr natural a, $E(a)=\left(a(a+5)\right)^2$ și, cum a și $a+5$ sunt numere naturale de parități diferite, produsul lor este un număr natural par, deci $E(a)$ este pătratul unui număr natural par	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este paralelogram, deci $P_{ABCD} = 2(AB + AD) =$	**3p**
	$= 2(10 + 6) = 32\text{cm}$	**2p**
	b) Cum $m(\sphericalangle BAD) = 45°$, ΔDAP este dreptunghic isoscel, unde $DP \perp AB$, $P \in AB$, deci $DP = 3\sqrt{2}\text{ cm}$	**2p**
	$\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot DP = 10 \cdot 3\sqrt{2} = 30\sqrt{2}\text{ cm}^2$	**3p**
	c) $ABCD$ este paralelogram și $m(\sphericalangle BAD) = 45°$, deci $m(\sphericalangle ADC) = 135°$ și $ADEF$ este pătrat, deci $m(\sphericalangle ADF) = 45°$, de unde obținem $m(\sphericalangle CDF) = 180°$, deci punctele C, D și F sunt coliniare și, cum $NA \perp AB$ și $AB \parallel CD$, obținem $NA \perp CF$	**2p**
	$m(\sphericalangle ABC) = 135°$ și $ABMN$ este pătrat, deci $m(\sphericalangle ABN) = 45° \Rightarrow m(\sphericalangle NBC) = 180°$, deci punctele N, B și C sunt coliniare și, cum $FA \perp AD$ și $AD \parallel BC \Rightarrow FA \perp NC$ și, cum $NA \cap FA = \{A\}$, obținem că punctul A este ortocentrul triunghiului CFN	**3p**
2.	**a)** ΔABC este dreptunghic isoscel, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2}{2} =$	**3p**
	$= \frac{144}{2} = 72\text{cm}^2$	**2p**
	b) $MA \perp (ABC)$ și $PC \perp (ABC) \Rightarrow MA \parallel PC$ și, cum O este mijlocul segmentului AC și E este mijlocul segmentului MP, obținem că EO este linie mijlocie în trapezul $ACPM$	**3p**
	$EO \parallel MA$ și $MA \perp (ABC)$, deci $EO \perp (ABC)$	**2p**
	c) FO este linie mijlocie în trapezul $DBNQ$, unde F este mijlocul segmentului NQ, deci $FO \parallel NB$ și $FO = \frac{DQ + NB}{2} = 6\text{cm}$	**2p**
	$EO = 6\text{cm} \Rightarrow EO = FO$ și, cum $EO \perp (ABC)$, $FO \perp (ABC)$ și punctele E, F sunt situate de aceeași parte a planului (ABC), obținem că E și F coincid, deci dreptele MP și NQ sunt concurente, de unde obținem că punctele M, N, P și Q sunt coplanare	**3p**