EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 33

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $11-11\cdot(8-16:2)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Zece caiete de același fel costă în total 40 de lei. Cinci dintre aceste caiete costă în total $\dots$ de lei.

5p **3.** Suma numerelor întregi din intervalul $[-3,4)$ este egală cu $\dots$.

5p **4.** Rombul $ABCD$ are $AB=2\sqrt{2}\,\text{cm}$. Perimetrul acestui romb este egal cu $\dots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC. Unghiul dreptelor $A'C'$ și BC are măsura de $\dots°$.

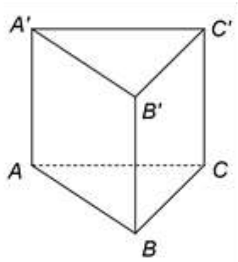
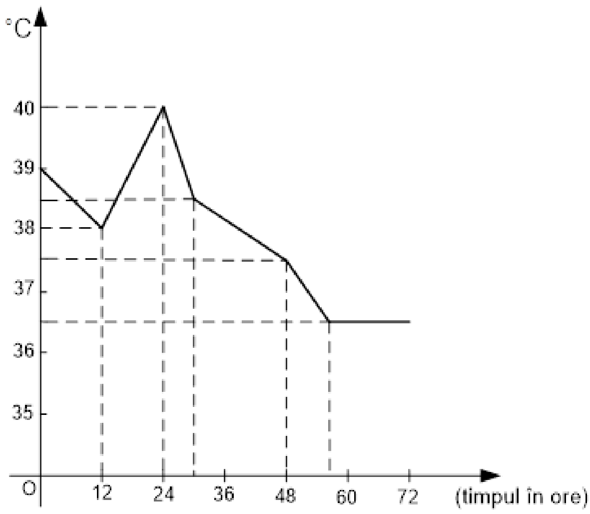


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este înregistrată temperatura unui pacient pe parcursul a 72 de ore.



Conform informațiilor din grafic, temperatura înregistrată pentru acest pacient a scăzut sub $37{,}5°\text{C}$ după $\dots$ de ore.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară cu vârful V și baza triunghiul ABC .

5p **2.** Suma a trei numere naturale nenule, distincte două câte două, este egală cu 14 . Dacă unul dintre numere se dublează, suma lor devine 24 . Arătați că produsul celor trei numere este egal cu 30 .

5p **3.** O ciupercă proaspătă cântărește $20\,\text{g}$ și conține 90% apă. Prin uscare, 50% din apa conținută de ciupercă se evaporă. Calculați cât cântărește ciuperca după uscare.

4. Se consideră numerele $a=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}$ și $b=\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)+6-2\sqrt{10}$.

5p **a)** Arătați că $a-\frac{1}{2}\cdot a=1-\frac{1}{2^6}$.

5p **b)** Arătați că $a<b$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=2(x+3)(x-3)-(x-1)^2-16$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care $E(n)$ este număr natural prim.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral ABC înscris în cercul de centru O și rază $OA=4\sqrt{3}$ cm. Segmentul BQ este diametru în cercul de centru O și rază OA, iar M este punctul de intersecție a dreptei BQ cu tangenta la cerc în punctul A.

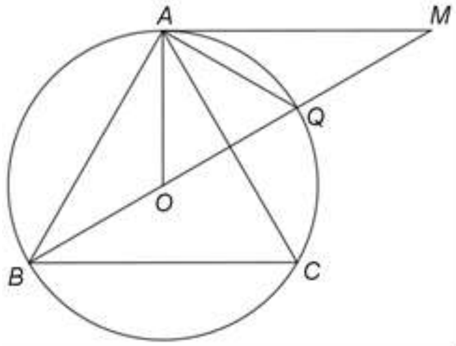


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria cercului de centru O și rază OA este egală cu $48\pi\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Arătați că $AQ=4\sqrt{3}$ cm.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $ABCM$ este romb.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB=8$cm și $VA=VB=VC=VD=8$cm. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD.

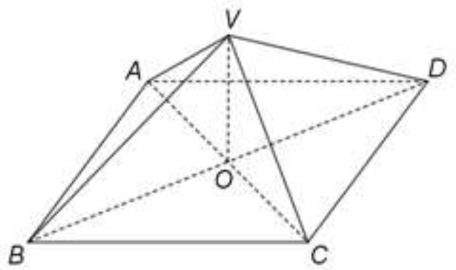


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu 32cm.

5p **b)** Arătați că distanța de la punctul V la planul (ABC) este egală cu $\frac{AC}{2}$.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta BM și planul (VDM), unde punctul M este simetricul punctului B față de punctul C.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 33

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	11	**5p**
2.	20	**5p**
3.	0	**5p**
4.	$8\sqrt{2}$	**5p**
5.	60	**5p**
6.	48	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida triunghiulară	**4p**
	Notează piramida triunghiulară cu vârful V și baza triunghiul ABC	**1p**
2.	$a+b+c=14$ și $2a+b+c=24$, deci $a=10$, unde a, b și c sunt cele trei numere	**3p**
	Numerele naturale b și c sunt nenule, distincte și au suma 4, deci $bc=1\cdot 3=3 \Rightarrow abc=30$	**2p**
3.	Cantitatea de apă din ciuperca proaspătă este $\frac{90}{100}\cdot 20=18\text{g}$	**2p**
	Cum s-au evaporat $\frac{50}{100}\cdot 18=9\text{g}$, după uscare ciuperca cântărește $20-9=11\text{g}$	**3p**
4.	**a)** $a-\frac{1}{2}\cdot a=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}-\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}\right)=$	**3p**
	$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3}-\frac{1}{2^4}-\frac{1}{2^5}-\frac{1}{2^6}=1-\frac{1}{2^6}$	**2p**
	b) $b=\left(\sqrt{3}-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\right)\left(\sqrt{3}+\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\right)+6-2\sqrt{10}=3-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2+6-2\sqrt{10}=$ $=9-\left(5-2\sqrt{10}+2\right)-2\sqrt{10}=2$	**3p**
	$\frac{1}{2}\cdot a=1-\frac{1}{2^6}\Rightarrow a=2-\frac{1}{2^5}<2=b$	**2p**
5.	$E(x)=2\left(x^2-9\right)-\left(x^2-2x+1\right)-16=2x^2-18-x^2+2x-1-16=x^2+2x-35$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(n)=(n-5)(n+7)$ și, cum n este număr natural, $E(n)$ este număr natural prim dacă $n-5=1$, deci $n=6$, care convine deoarece $E(6)=13$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{\mathcal{C}(O,OA)}=\pi\cdot OA^2=$	**3p**
	$=\pi\cdot\left(4\sqrt{3}\right)^2=48\pi\,\text{cm}^2$	**2p**

	b) BQ este diametru, deci $BQ=8\sqrt{3}$ cm și $m(\sphericalangle BAQ)=90°$	**2p**
	ΔABC este echilateral, deci $AB=OA\sqrt{3}\text{cm}=12\text{cm}$, deci $AQ=\sqrt{BQ^2-AB^2}=4\sqrt{3}\text{cm}$	**3p**
	c) $m(\sphericalangle BAO)=30°$ și $OA\perp AM$, deci $m(\sphericalangle BAM)=120°$ și, cum $m(\sphericalangle ABO)=30°$, obținem $m(\sphericalangle AMB)=30°$, deci ΔABM este isoscel	**2p**
	$OA\perp AM$ și $AO\perp BC\Rightarrow AM \parallel BC$ și, cum $AM=AB=BC$, obținem că $ABCM$ este romb	**3p**
2.	**a)** $P_{ABCD}=4AB=$	**3p**
	$=4\cdot 8=32\text{cm}$	**2p**
	b) $ABCD$ este pătrat, deci $AO=BO=CO=DO$, de unde obținem că VO este mediană în triunghiurile isoscele VAC și VBD, deci $VO\perp AC$ și $VO\perp BD$ și, cum $\{O\}=AC\cap BD$, obținem că $VO\perp(ABC)$, deci $d(V,(ABC))=VO$	**3p**
	ΔVOA este dreptunghic, $VA=8\text{cm}$, $OA=4\sqrt{2}\text{cm}$, deci $VO=\sqrt{64-32}=4\sqrt{2}\text{cm}\Rightarrow VO=\frac{AC}{2}$	**2p**
	c) ΔVBC echilateral, deci $CV=CB=CM\Rightarrow \Delta VBM$ este dreptunghic, deci $VB\perp VM$ și, cum $OB=OD=OV\Rightarrow \Delta VBD$ este dreptunghic, deci $VB\perp VD$ și, cum $\{V\}=VM\cap VD$, obținem $BV\perp(VDM)$, deci $m(\sphericalangle(BM,(VDM)))=m(\sphericalangle(BM,VM))=m(\sphericalangle BMV)$	**3p**
	ΔVBM este dreptunghic în V și $m(\sphericalangle VBM)=60°$, deci $m(\sphericalangle BMV)=30°$	**2p**