**EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a**

**Matematică**

**Test 35**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $55-5\cdot(15-16:4)$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Șase creioane de același fel costă $7{,}50$ lei. Un astfel de creion costă $\ldots$lei.

5p **3.** Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $(-1,6)$ este egal cu $\ldots$.

5p **4.** Lungimea unui cerc este egală cu $30\pi\text{cm}$. Raza acestui cerc este egală cu $\ldots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor $BC$ și $EG$ are măsura de $\ldots^\circ$.

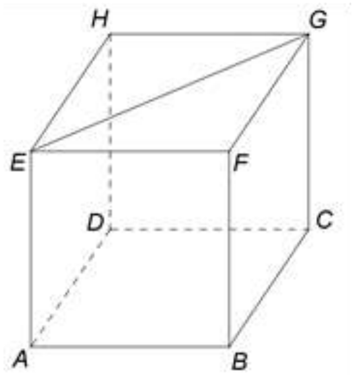
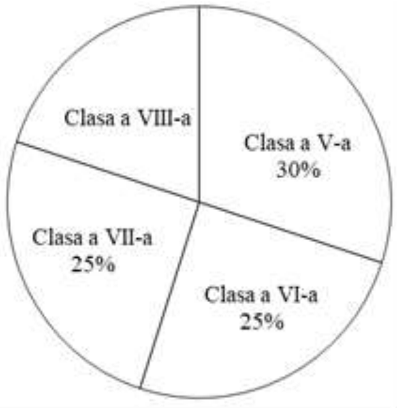



*Figura 1*

5p **6.** La un concurs sportiv sunt înscriși 100 de elevi din clasele de gimnaziu ale unei școli. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția procentuală, pe clase, a elevilor înscriși la concurs.




Conform informațiilor din diagramă, numărul de elevi din clasele a VII-a și a VIII-a, înscriși la acest concurs este egal cu $\ldots$ .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$.

5p **2.** Determinați perechile $(m,n)$ de numere naturale pentru care $(m-3)\cdot n^2=36$.

5p **3.** Trei copii iau pe rând mere dintr-un coș. Primul copil ia jumătate din mere, plus un măr. Al doilea copil ia jumătate din merele rămase, plus un măr. Al treilea copil ia jumătate din merele rămase, plus un măr și coșul rămâne gol. Calculați câte mere au fost în coș.

**4.** Se consideră numerele $x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{2}+\dfrac{\sqrt{48}-\sqrt{28}}{\sqrt{8}}$ și $y=\left(0,(3)+\dfrac{2}{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)$.

**5p** **a)** Arătați că $x=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$.

**5p** **b)** Arătați că numărul $N=2x^2y$ este natural.

**5p** **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)(2x-3)+2(x-1)^2-4(x+3)(x-1)$, unde $x$ este număr real. Determinați cel mai mare număr întreg $m$ pentru care $E(m)\geq 24$.

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral $ABC$ cu $AB=16\text{cm}$ şi $AD\perp BC$, $D\in BC$. Punctele $M$ și $N$ sunt mijloacele segmentelor $DC$ și $AD$, iar punctul $E$ este proiecția punctului $D$ pe dreapta $AC$.

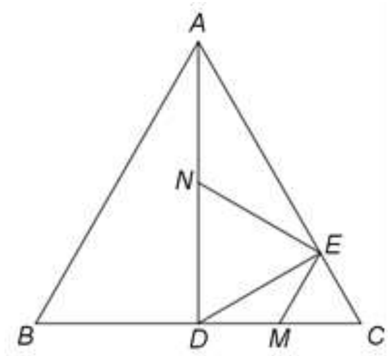



*Figura 2*

**5p** **a)** Arătați că perimetrul triunghiului $ABC$ este egal cu $48\text{cm}$.

**5p** **b)** Demonstrați că dreptele $ME$ și $NE$ sunt perpendiculare.

**5p** **c)** Calculați aria patrulaterului $BDNF$, unde $F$ este punctul de intersecție a dreptelor $EN$ și $AB$.

**2.** În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB=20\text{cm}$, $VA=20\text{cm}$ și $VO\perp(ABC)$, unde $O$ este punctul de intersecție al dreptelor $AC$ și $BD$. Punctele $M$ și $N$ sunt mijloacele segmentelor $VO$ și $OC$.

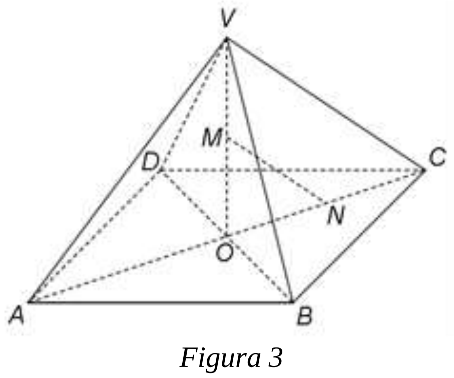



*Figura 3*

**5p** **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu $400\text{cm}^2$.

**5p** **b)** Determinați măsura unghiului dreptelor $MN$ și $VA$.

**5p** **c)** Demonstrați că distanța de la punctul $M$ la planul $(VBC)$ este egală cu $\dfrac{5\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.

**EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Test 35**

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I**

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

**SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea**

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $0$ | **5p** |
| **2.** | $1,25$ | **5p** |
| **3.** | $5$ | **5p** |
| **4.** | $15$ | **5p** |
| **5.** | $45$ | **5p** |
| **6.** | $45$ | **5p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | Desenează trapezul isoscel<br>Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ | **4p**<br>**1p** |
| **2.** | $(m-3)\cdot n^2=36$ și, cum $m$, $n$ sunt numere naturale, obținem că $n^2\in\{1,4,9,36\}$, deci $n\in\{1,2,3,6\}$ | **3p** |
| | Perechile $(m,n)$ sunt $(4,6)$, $(7,3)$, $(12,2)$ sau $(39,1)$ | **2p** |
| **3.** | Dacă $a$ este numărul de mere rămase în coș după ce primii doi copii au luat mere, atunci $\frac{a}{2}+1=a$, deci $a=2$ | **2p** |
| | Dacă $b$ este numărul de mere rămase în coș după ce primul copil a luat mere, atunci $b-\left(\frac{b}{2}+1\right)=2$, deci $b=6$ | **2p** |
| | Dacă $c$ este numărul inițial de mere din coș, atunci $c-\left(\frac{c}{2}+1\right)=6$, deci $c=14$ | **1p** |
| **4.** | **a)** $x=\sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{14}{4}}-\sqrt{\frac{10}{4}}+\sqrt{\frac{48}{8}}-\sqrt{\frac{28}{8}}=\sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{7}{2}}-\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{6}-\sqrt{\frac{7}{2}}=$ | **3p** |
| | $=\sqrt{6}-\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$ | **2p** |
| | **b)** $y=\left(\frac{3}{9}+\frac{2}{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)=\left(1+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)=2-1=1$ | **3p** |
| | $N=2x^2y=2\cdot\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2\cdot 1=2\cdot\frac{3}{2}=3$, care este număr natural | **2p** |
| **5.** | $E(x)=2x^2-3x+2x-3+2\left(x^2-2x+1\right)-4\left(x^2-x+3x-3\right)=2x^2-x-3+2x^2-4x+2-4x^2-8x+12=$<br>$=-13x+11$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| | $E(m)\geq 24 \Leftrightarrow -13m+11\geq 24 \Leftrightarrow m\leq -1$, deci cel mai mare număr întreg $m$ pentru care $E(m)\geq 24$ este $m=-1$ | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | **a)** $\Delta ABC$ este echilateral, deci $P_{\Delta ABC}=3AB=$ | **3p** |
| | $=3\cdot 16=48\text{cm}$ | **2p** |
| | **b)** $\Delta AED$ este dreptunghic în $E$ și $N$ este mijlocul segmentului $AD\Rightarrow NA=NE=ND$ și $\Delta DEC$ este dreptunghic în $E$ și $M$ este mijlocul segmentului $DC\Rightarrow MD=ME=MC$ | **2p** |
| | $ND=NE$, $MD=ME$ și $MN$ latură comună $\Rightarrow \Delta NDM\equiv\Delta NEM$, deci $\sphericalangle NDM\equiv\sphericalangle NEM$ și, cum $ND\perp MD$, obținem că dreptele $ME$ și $NE$ sunt perpendiculare | **3p** |
| | **c)** $\Delta ANE$ este isoscel și $m(\sphericalangle EAN)=30^\circ\Rightarrow m(\sphericalangle AEN)=30^\circ$ și, cum $m(\sphericalangle EAF)=60^\circ$, obținem că $m(\sphericalangle AFE)=90^\circ\Rightarrow\Delta AFN$ este dreptunghic cu $AN=4\sqrt{3}\text{cm}$ și $m(\sphericalangle NAF)=30^\circ$, deci $NF=2\sqrt{3}\text{cm}$ și $AF=6\text{cm}$ | **3p** |
| | $\mathcal{A}_{BDNF}=\mathcal{A}_{\Delta ABD}-\mathcal{A}_{\Delta AFN}=\dfrac{8\cdot 8\sqrt{3}}{2}-\dfrac{6\cdot 2\sqrt{3}}{2}=26\sqrt{3}\text{cm}^2$ | **2p** |
| **2.** | **a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$ | **3p** |
| | $=20^2=400\text{cm}^2$ | **2p** |
| | **b)** $M$ și $N$ sunt mijloacele segmentelor $VO$ și $OC$, deci $MN$ este linie mijlocie în $\Delta VOC$, deci $MN \parallel VC$, de unde obținem că $m(\sphericalangle(MN,VA))=m(\sphericalangle(VC,VA))$ | **3p** |
| | $\Delta VOA\equiv\Delta VOC\Rightarrow VA=VC=20\text{cm}$ și, cum $AC=20\sqrt{2}\text{cm}$, obținem că $AC^2=VA^2+VC^2$, deci $m(\sphericalangle(VC,VA))=m(\sphericalangle AVC)=90^\circ$ | **2p** |
| | **c)** $VO\perp(ABC)$, $OP\perp BC$, unde $P$ este mijlocul lui $BC$ și $BC\subset(ABC)\Rightarrow VP\perp BC$ și, cum $OP\cap VP=\{P\}$, obținem $BC\perp(VOP)\Rightarrow BC\perp MQ$, unde $Q\in VP$ astfel încât $MQ\perp VP$ | **2p** |
| | $MQ\perp VP$, $MQ\perp BC$ și $VP\cap BC=\{P\}\Rightarrow MQ\perp(VBC)$, deci $d(M,(VBC))=MQ$ și, cum $VO=10\sqrt{2}\text{cm}$, $VP=10\sqrt{3}\text{cm}$ și $\Delta VMQ\sim\Delta VPO\Rightarrow\dfrac{VM}{VP}=\dfrac{MQ}{PO}$, obținem $MQ=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}\text{cm}$ | **3p** |