EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 38

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $8-16:2$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Un obiect costă 30 de lei. După o reducere a prețului cu 50%, prețul obiectului este de $\dots$ lei.

5p **3.** Cel mai mare număr natural din intervalul $[-3,4)$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Rombul $ABCD$ are $AB=2\sqrt{2}\,\text{cm}$. Perimetrul acestui romb este egal cu $\dots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral, $AB=10\,\text{cm}$ și $AA'=5\,\text{cm}$. Suma lungimilor tuturor muchiilor acestei prisme egală cu $\dots\text{cm}$.

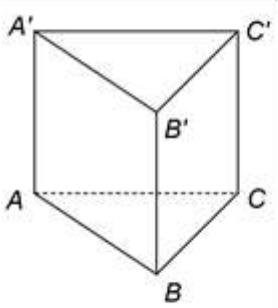

Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate informații despre numărul de kilograme de roșii vândute de un producător, în fiecare dintre zilele unei săptămâni. Prețul unui kilogram de roșii a fost de 5 lei.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Nr. de kg de roșii vândute	40	45	60	55	45	55	70

Conform informațiilor din tabel, suma de bani încasată de producător pentru roșiile vândute în această săptămână este egală cu $\dots$ de lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un trapez dreptunghic $ABCD$ cu baza mare AB și unghiul A drept.

5p **2.** Determinați cel mai mic număr natural de trei cifre care se divide cu 2, cu 3 și cu 5.

5p **3.** După ce a parcurs două treimi dintr-un traseu, Alex constată că mai are de parcurs cu $5\,\text{km}$ mai puțin decât distanța deja parcursă. Determinați lungimea traseului.

4. Se consideră numerele reale $a=\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{8}+\frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{27}$ și $b=\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}-2\right)^2-2\left(\sqrt{15}-2\sqrt{5}\right)+\sqrt{48}+1$.

5p **a)** Arătați că $a=13$.

5p **b)** Arătați că media aritmetică a numerelor a și b este egală cu b.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+1)^2-3(x+1)^2-(x-1)(x+1)+6(x-1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n)\le -1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB=6$ cm și $BD=6$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv CD.

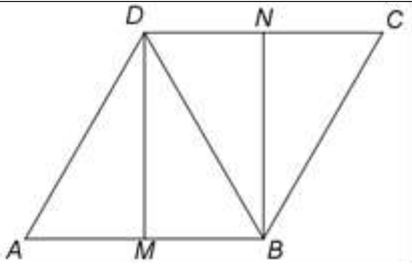

Figura 2

5p **a)** Arătați că lungimea segmentului AC este egală cu $6\sqrt{3}\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că segmentele BD și MN sunt congruente.

5p **c)** Știind că aria triunghiului BNC reprezintă $p\%$ din aria triunghiului ABE, unde E este punctul de intersecție a dreptelor AD și BN, determinați numărul natural p.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 30\,\text{cm}$. Punctul M este mijlocul laturii AB și punctul N este situat pe latura DD' astfel încât $DN = \frac{2}{3}DD'$.

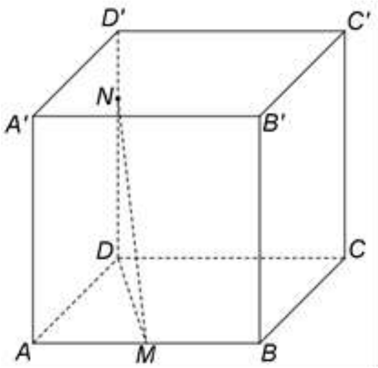

Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu $900\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (MDN) este egală cu $6\sqrt{5}\,\text{cm}$.

5p **c)** Arătați că tangenta unghiului dintre dreapta MN și planul (ADD') este egală cu $\frac{3\sqrt{13}}{26}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 38

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	0	**5p**
2.	15	**5p**
3.	3	**5p**
4.	$8\sqrt{2}$	**5p**
5.	75	**5p**
6.	1850	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează trapezul dreptunghic	**4p**
	Notează trapezul dreptunghic $ABCD$ cu baza mare AB și unghiul A drept	**1p**
2.	$\overline{abc}$ se divide cu 2 și cu 5, deci $c=0$	**2p**
	Cum $\overline{ab0}$ este cel mai mic număr natural care se divide cu 3, deci $a+b=3$, obținem numărul 120	**3p**
3.	$\frac{2}{3}\cdot x+\frac{2}{3}\cdot x-5=x$, unde x este lungimea traseului	**3p**
	$x=15\text{km}$	**2p**
4.	**a)** $a=\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot 2\sqrt{2}+\frac{3}{\sqrt{3}}\cdot 3\sqrt{3}=$	**3p**
	$=4+9=13$	**2p**
	b) $b=5+3+4+2\sqrt{15}-4\sqrt{5}-4\sqrt{3}-2\sqrt{15}+4\sqrt{5}+4\sqrt{3}+1=13$	**3p**
	$m_a=\frac{a+b}{2}=\frac{13+13}{2}=13=b$	**2p**
5.	$E(x)=4x^2+4x+1-3x^2-6x-3-x^2+1+6x-6=4x-7$	**3p**
	$E(n)=4n-7$, deci $4n-7\le -1\Rightarrow 4n\le 6$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $ABCD$ este romb, deci O este mijlocul segmentelor AC și BD, unde $\{O\}=AC\cap BD$	**2p**
	$AB=AD=BD\Rightarrow \Delta ABD$ echilateral $\Rightarrow AO=3\sqrt{3}$ cm, de unde obținem $AC=2AO=6\sqrt{3}$ cm	**3p**
	b) ΔABD echilateral și M este mijlocul segmentului AB, deci $DM\perp AB$ și $BM=\frac{AB}{2}$	**2p**
	N este mijlocul segmentului CD, deci $DN=\frac{CD}{2}$ și, cum $AB\parallel CD$ și $AB=CD$, obținem $BM\parallel DN$, $BM=DN$ și $DM\perp MB\Rightarrow BNDM$ dreptunghi, deci segmentele BD și MN sunt congruente	**3p**

	c) $DN \parallel AB \Rightarrow \Delta EDN \sim \Delta EAB$ și, cum $DN = \frac{AB}{2}$, obținem că $BE = 2BN$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta BNC} = \frac{BN \cdot NC}{2} = \frac{1}{4} \cdot BN \cdot AB$ și $\mathcal{A}_{\Delta ABE} = \frac{AB \cdot BE}{2} = AB \cdot BN$, deci $\mathcal{A}_{\Delta BNC} = \frac{1}{4}\mathcal{A}_{\Delta ABE}$ și, cum $\mathcal{A}_{\Delta BNC} = \frac{p}{100}\mathcal{A}_{\Delta ABE}$, obținem $p = 25$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 30^2 = 900\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ND \perp (ABC)$ și $AP \subset (ABC) \Rightarrow ND \perp AP$, unde $AP \perp DM$, $P \in DM$ și, cum $ND \cap DM = \{D\}$, obținem că $AP \perp (MDN)$, deci $d\big(A,(MDN)\big) = AP$	**2p**
	ΔADM este dreptunghic, $AM = 15\,\text{cm}$ și $DM = \sqrt{AD^2 + AM^2} = 15\sqrt{5}\,\text{cm}$, de unde obținem $AP = \frac{AD \cdot AM}{DM} = 6\sqrt{5}\,\text{cm}$	**3p**
	c) $MA \perp (ADD') \Rightarrow m\big(\sphericalangle\big(MN,(ADD')\big)\big) = m\big(\sphericalangle(MN,NA)\big) = m(\sphericalangle MNA)$ și, cum $MA \perp AN$, obținem că $\text{tg}(\sphericalangle MNA) = \frac{AM}{AN}$	**3p**
	$DN = 20\,\text{cm}$, $AD = 30\,\text{cm} \Rightarrow AN = 10\sqrt{13}\,\text{cm}$, deci $\text{tg}(\sphericalangle MNA) = \frac{3\sqrt{13}}{26}$	**2p**