

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 39

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $35 - 5 \cdot 6$  este egal cu ... .
- 5p 2. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 9 este egal cu ... .
- 5p 3. Cel mai mic număr întreg din intervalul  $(-5, 4)$  este egal cu ... .
- 5p 4. Măsurile a două unghiuri ale unui triunghi sunt egale cu  $60^\circ$ , respectiv  $30^\circ$ . Măsura celui de-al treilea unghi al triunghiului este egală cu ... $^\circ$ .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră  $VABCD$  cu  $VO \perp (ABC)$ . Unghiul dreptelor  $AB$  și  $VO$  are măsura de ... $^\circ$ .

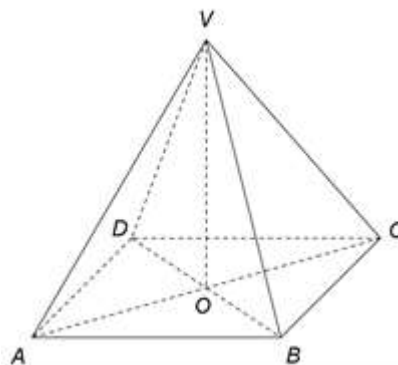
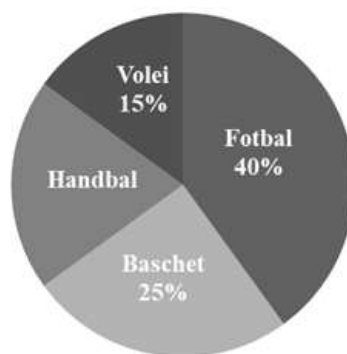


Figura 1

- 5p 6. În diagrama următoare este reprezentată distribuția celor 80 de elevi ai unui club sportiv în funcție de sportul practicat. Fiecare elev practică în cadrul clubului un singur sport.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor care practică handbalul este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

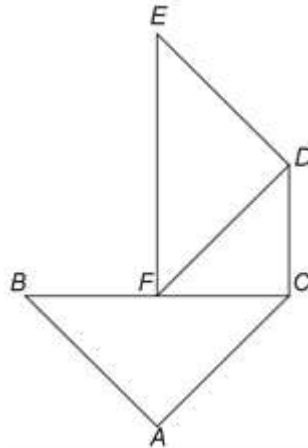
- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCD A' B' C' D'$ .
- 5p 2. Determinați numerele naturale nenule  $m$  și  $n$ , știind că  $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$  și  $(n+m)(n-m) = 180$ .
- 5p 3. Ana și Mihai au împreună 214 lei. Determinați ce sumă de bani are Ana, știind că Mihai are cu 20 de lei mai mult decât Ana.
4. Se consideră numerele reale  $x = \left( \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \frac{10}{\sqrt{50}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  și  $y = (3 + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 - \sqrt{2}^4$ .
- 5p a) Arătați că  $x = 2$ .
- 5p b) Determinați cel mai mic număr natural  $n$  pentru care numărul  $N = n \cdot x \cdot y$  este pătratul unui număr natural nenul.

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = (2x+3)^2 - (2-x)(2+x) - 5x^2 - 12x$ , unde  $x$  este număr real.  
Determinați numerele întregi  $n$  pentru care numărul  $\frac{E(n)}{n^2+1}$  este întreg.

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

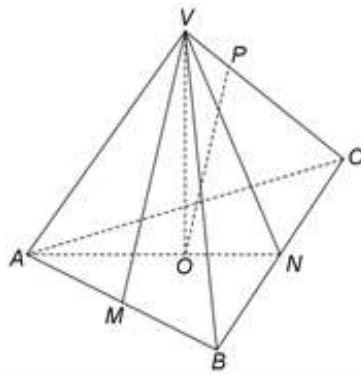
1. În *Figura 2* sunt reprezentate triunghiurile dreptunghice isoscele  $ABC$ ,  $CDF$  și  $DEF$ , cu ipotenuzele  $BC$ ,  $DF$ , respectiv  $EF$ . Punctul  $F$  este mijlocul segmentului  $BC$  și  $AB = 24$  cm.



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu  $24(2 + \sqrt{2})$  cm.  
**5p** b) Calculați lungimea segmentului  $BE$ .  
**5p** c) Demonstrați că patrulaterul  $ACDE$  este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară  $VABC$  cu triunghiul  $ABC$  echilateral,  $AB = 20$  cm,  $VA = 30$  cm și  $VO \perp (ABC)$ , unde  $O$  este centrul cercului circumscris triunghiului  $ABC$ . Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $AB$ , respectiv  $BC$ , iar punctul  $P$  este situat pe muchia  $CV$  astfel încât  $VP = 10$  cm.



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $100\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.  
**5p** b) Demonstrați că dreapta  $PO$  este paralelă cu planul  $(VMN)$ .  
**5p** c) Determinați cosinusul unghiului dreptelor  $AC$  și  $VM$ .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 39

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	5	5p
2.	18	5p
3.	-4	5p
4.	90	5p
5.	90	5p
6.	16	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează cubul Notează cubul $ABCD A'B'C'D'$	4p 1p
2.	$\frac{m}{n} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{n}{3} = k$ , unde $k$ este număr rațional pozitiv, deci $m = 2k$ și $n = 3k$ , de unde obținem $(n+m)(n-m) = 180 \Leftrightarrow 5k \cdot k = 180 \Leftrightarrow k^2 = 36$ Cum $k$ este număr rațional pozitiv, obținem $k = 6$ , deci $m = 12$ și $n = 18$	3p 2p
3.	$x + (x + 20) = 214$ , unde $x$ este suma de bani pe care o are Ana $x = 97$ de lei	3p 2p
4.	a) $x = \left( \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{6}{3\sqrt{2}} - \frac{10}{5\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{60 + 30 - 30}{15\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$ $= \frac{60}{15\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2} = 2$	3p 2p
	b) $y = 9 + 6\sqrt{2} + 2 + 6 - 2\sqrt{18} + 3 - 4 = 16 + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 16$ $N = n \cdot x \cdot y = n \cdot 2 \cdot 16$ , deci cel mai mic număr natural $n$ pentru care $N$ este pătratul unui număr natural nenul este $n = 2$	3p 2p
5.	$E(x) = 4x^2 + 12x + 9 - (4 - x^2) - 5x^2 - 12x = -x^2 + 9 - 4 + x^2 = 5$ , pentru orice număr real $x$ Cum $n$ este număr întreg, $\frac{E(n)}{n^2 + 1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow n^2 + 1 \in \{1, 5\}$ , de unde obținem $n = -2$ , $n = 0$ sau $n = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\triangle ABC$ este dreptunghic isoscel cu $AB = 24$ cm, deci $AC = 24$ cm și $BC = 24\sqrt{2}$ cm $P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 48 + 24\sqrt{2} = 24(2 + \sqrt{2})$ cm	3p 2p
----	--	----------

	<p><b>b)</b> <math>\triangle CDF</math> este dreptunghic isoscel <math>\Rightarrow m(\sphericalangle CFD) = 45^\circ</math> și <math>\triangle DEF</math> este dreptunghic isoscel <math>\Rightarrow m(\sphericalangle DFE) = 45^\circ</math>, deci <math>m(\sphericalangle CFE) = m(\sphericalangle CFD) + m(\sphericalangle DFE) = 90^\circ \Rightarrow EF \perp BF</math></p> <p><math>F</math> este mijlocul segmentului <math>BC \Rightarrow BF = CF = 12\sqrt{2}</math> cm și <math>\triangle CDF</math> este dreptunghic isoscel, deci <math>DF = 24</math> cm și, cum <math>\triangle DEF</math> este dreptunghic isoscel, obținem <math>EF = 24\sqrt{2}</math> cm, deci, cum <math>\triangle BEF</math> este dreptunghic, <math>BE = \sqrt{EF^2 + BF^2} = 12\sqrt{10}</math> cm</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>\triangle ABC</math> este isoscel și <math>F</math> este mijlocul laturii <math>BC \Rightarrow AF \perp BC</math> și, cum <math>EF \perp BC</math>, obținem că punctele <math>A</math>, <math>F</math> și <math>E</math> sunt coliniare</p> <p><math>EF \perp BC</math> și <math>DC \perp BC \Rightarrow AE \parallel DC</math> și, cum <math>AC = DE = 24</math> cm, obținem că <math>ACDE</math> este trapez isoscel</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
2.	<p><b>a)</b> <math>\triangle ABC</math> este echilateral, deci <math>\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} =</math></p> <p><math>= \frac{400\sqrt{3}}{4} = 100\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>VO \perp (ABC) \Rightarrow VO \perp OA</math>, <math>VO \perp OC</math> și <math>O</math> este centrul centrului circumscris <math>\triangle ABC</math>, deci <math>OA = OC</math> și, cum <math>VO</math> este latură comună, obținem că <math>\triangle VOA \equiv \triangle VOC</math>, deci <math>CV = 30</math> cm și, cum <math>VP = 10</math> cm, obținem că <math>\frac{CP}{CV} = \frac{2}{3}</math></p> <p><math>\triangle ABC</math> este echilateral, <math>O</math> este centrul centrului circumscris <math>\triangle ABC</math> și <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>AB</math>, deci <math>C</math>, <math>O</math> și <math>M</math> sunt coliniare și <math>\frac{CO}{CM} = \frac{2}{3} = \frac{CP}{CV} \Rightarrow PO \parallel VM</math> și, cum <math>VM \subset (VMN)</math>, obținem că <math>PO \parallel (VMN)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>MN</math> linie mijlocie în <math>\triangle ABC \Rightarrow MN \parallel AC \Rightarrow m(\sphericalangle(AC, VM)) = m(\sphericalangle(MN, VM)) = m(\sphericalangle VMN)</math></p> <p><math>VM = VN = 20\sqrt{2}</math> cm <math>\Rightarrow \triangle VMN</math> este isoscel <math>\Rightarrow VQ \perp MN</math>, unde <math>Q</math> este mijlocul segmentului <math>MN</math>, de unde obținem <math>\cos(\sphericalangle VMN) = \frac{MQ}{VM} = \frac{5}{20\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>