MULȚIMI DE NUMERE

1) naturale $\mathbb{N}=\{0;1;2;\ldots\}$

2) întregi: $\mathbb{Z}=\{\ldots;-2;-1;0;1;\ldots\}$

3) raționale $\mathbb{Q}=\{\frac{a}{b} \mid a,b\in\mathbb{Z}, b\neq 0\}$

$\mathbb{Q}$ se mai poate scrie

$\mathbb{Q}=\{$fracții zecimale finite$\}\cup$

$\cup\{$fracții zecimale periodice$\}$

4) iraționale $\mathbb{I}=\{$fr. zecimale infinite neperiodice$\}$

5) reale: $\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup\mathbb{I}$

Obs.: ∀ mulțime din cele de mai sus „stelată" nu îl conține pe 0, adică

$\mathbb{N}^*=\{1;2;\ldots\}$

$\mathbb{Z}^*=\{\ldots;-2;-1;1;2;3;\ldots\}$

Obs2: la $\mathbb{N}$ și $\mathbb{Z}$ apare ; între elemente

Ex: $A=\{2;\frac{3}{5};-5;4,6;\sqrt{5};-\sqrt{9};2,3456\ldots;\pi;4,85151\ldots;2,(5),e\}$

a) $A\cap\mathbb{N}=\{2\}$

b) $A\cap\mathbb{Z}=\{2;-5;$

c) $A\cap\mathbb{Q}=\{2;\frac{3}{5};-\sqrt{9}\}$ deci $-\sqrt{9}=-3$

d) $A\cap\mathbb{I}=\{\sqrt{5};2,3456\ldots;\pi;e\}$

e) $A\cap\mathbb{R}=A$

☹ Găsiți a) $A\cap\mathbb{N}$ b) $A\cap\mathbb{Z}$ c) $A\cap\mathbb{Q}$ d) $A\cap\mathbb{I}$ în fiecare caz

1) $A=\{5;\frac{4}{7};-8;-\frac{4}{2};\frac{\sqrt{16}}{2};\pi;4,1234\ldots;7,234;5,1(72);\frac{e}{2}\}$

2) $A=\{\frac{\sqrt{7}}{3};-\frac{\sqrt{9}}{3};-\frac{6}{2};\frac{2}{4};-5,(6);4,213;\frac{\pi}{4};\frac{2}{e};\frac{7}{\sqrt{16}}\}$

3) $A=\{-\frac{\sqrt{16}}{16};\frac{3}{\sqrt{2}};-\frac{4}{\sqrt{4}};-\frac{1}{\pi};-\frac{12}{3};\frac{42}{7};5e;5,7235\ldots;4,(2)\}$

4) $A=\{-\frac{12}{\sqrt{3}};5,21(3);42;-\frac{49}{7};-\frac{2}{e};\frac{4}{\sqrt{8}};e+2;-\sqrt{49}+8;\pi+1\}$

INTERVALE. OPERAȚII CU INTERVALE

1) intervale

$[a,b]=\{x\in\mathbb{R} \mid a\le x\le b\}$

$[a,b)=\{x\in\mathbb{R} \mid a\le x< b\}$

$(a,b]=\{x\in\mathbb{R} \mid a< x\le b\}$

$(a,b)=\{x\in\mathbb{R} \mid a< x< b\}$

2) operații cu intervale

$I_1\cup I_2=\{x\in\mathbb{R} \mid x\in I_1 \text{ sau } x\in I_2\}$

$I_1\cap I_2=\{x\in\mathbb{R} \mid x\in I_1 \text{ și } x\in I_2\}$

$I_1\setminus I_2=\{x\in\mathbb{R} \mid x\in I_1 \text{ și } x\notin I_2\}$

1) Rezolvați $-1\le \frac{2x+1}{3}<2 \,|\cdot 3$

$-3\le 2x+1<6 \,|-1 \Rightarrow -4\le 2x<5 \,|:2$

$-2\le x<\frac{5}{2} \Rightarrow x\in\left[-2;\frac{5}{2}\right)$

2) Rezolvați $2\le \frac{-x+4}{5}<4 \,|\cdot 5$

$10\le -x+4<20 \,|-4 \Rightarrow 6\le -x<16 \,|\cdot(-1)$

$-16< x\le -6 \Rightarrow x\in(-16;-6]$

3) Rezolvați: $-2<\frac{-3x+1}{-5}\le 1 \,|\cdot(-5)$

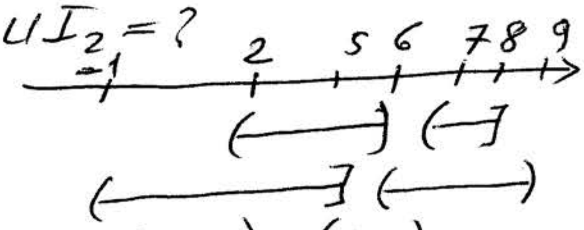
$\Rightarrow -5\le -3x+1<10 \,|-1 \Rightarrow -6\le -3x<9 \,|:(-3)$

$\Rightarrow -3< x\le 2 \Rightarrow x\in(-3,2]$

$I_1=(2,6)\cup(7,8]$

$I_2=(-1;5]\cup(6,9)$

a) $I_1\cup I_2=?$



$I_1\cup I_2=(-1;6)\cup(6,9)$

b) $I_1\cap I_2=(2,5]\cup(7;8]$

c) $I_1\setminus I_2=(5,6)$

d) $I_2\setminus I_1=(-1,2]\cup(6,7]\cup(8,9)$

Calculați a) $I_1\cap I_2$ b) $I_1\setminus I_2$ c) $I_3\setminus I_2$ d) $I_1\cup I_3$ e) $I_3\cap I_1$ f) $I_2\setminus I_3$ g) $I_1\cup I_2$ h) $I_3\setminus I_1$ în fiecare din cazurile

1) $I_1=(3,7]\cup(9,10)$, $I_2=[6,8]$, $I_3=(-1,7]$

2) $I_1=[4,8)\cup[9,10)$, $I_2=[5,7)$, $I_3=(-5,11]\cup(12,\infty)$

3) $I_1=(4,9]$; $I_2=[3,8]\cup(9,11)$, $I_3=(-4,9]\cup(10,11]$

REZOLVAREA ECUAȚIILOR DE GRAD SUPERIOR PRIN SCHEMA LUI HORNER

1) Schema lui HORNER pt

a) $mx^3+nx^2+px+q=0$

	x^3	x^2	x	x^0
	m	n	p	q
d	m	$d\cdot m+n=R_1$	$d\cdot R_1+p=R_2$	$d\cdot R_2+q=R_3$

b) $mx^4+nx^3+px^2+qx+s=0$

	x^4	x^3	x^2	x	x^0
	m	n	p	q	s
d	m	$d\cdot m+n=R_1$	$d\cdot R_1+p=R_2$	$d\cdot R_2+q=R_3$	$d\cdot R_3+s=R_4$

2) rezolv ec grad superior

E_1) $D_{\text{termen liber}}=\{\pm 1; \ldots\}$

E_2) Horner pt acești divizori până ultimul rezultat $R=0$, liniile unde $R\neq 0$ se taie

E_2) pentru acel rând cu ultimul $R=0 \Rightarrow$ ec devine

$(x-d)(\text{ec coef diagonala})=0$

$\Rightarrow \begin{cases} x=d \\ \text{sau} \\ \text{ec coef diag}=0 \Rightarrow \text{se rezolvă} \end{cases}$

$x^3-12x^2+44x-48=0$

E_1) $D_{-48}=\{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \ldots\}$

E_2)

	x^3	x^2	x	x^0
	1	-12	44	-48
~~1~~	~~1~~	~~$1\cdot 1-12=-11$~~	~~$1\cdot(-11)+44=33$~~	~~$1\cdot 33-48=-15\neq 0$~~
2	1	$2\cdot 1-12=-10$	$2\cdot(-10)+44=24$	$2\cdot 24-48=0$

E_3) ec devine

$(x-2)(1\cdot x^2-10\cdot x+24)=0$

$\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ \text{sau} \\ x^2-10x+24=0 \end{cases}$

$x_{1,2}=\dfrac{10\pm\sqrt{100-4\cdot 24}}{2\cdot 1}=\dfrac{10\pm 2}{2} \begin{cases} 6 \\ 4 \end{cases}$

$\Rightarrow x\in\{2; 4; 6\}$

---

1) $x^3-6x^2+11x-6=0$

2) $x^3-7x+6=0$

3) $x^3-9x^2+23x-15=0$

4) $x^3-12x^2+44x-48=0$

5) $x^4-10x^3+35x^2-50x+24=0$

6) $x^4-16x^3+86x^2-176x+105=0$

INECUAȚII CU FRACȚII

1) semnul expresiilor de gr I de forma $ax+b$

x		x_1	
$ax+b$	$-\operatorname{sgn} a$	0	$\operatorname{sgn} a$

2) semnul expresiilor de gr II de forma ax^2+bx+c

x		x_1		x_2	
$\Delta>0$	$\operatorname{sgn} a$	0	$-\operatorname{sgn} a$	0	$\operatorname{sgn} a$
$\Delta=0$	$\operatorname{sgn} a$	0	$\operatorname{sgn} a$		
$\Delta<0$	$\operatorname{sgn} a$				

3) ineč. cu fracții

E_1) se face tabel de semne, pe prima linie x, pe celelalte expresiile de gr I sau gr II cu semnele corespunzătoare, pe ultima linie $E(x)$

E_2) pe linia lui $E(x)$ folosim regula semnelor la înmulțire/împărțire și că $\frac{0}{a}=0$, $\frac{a}{0}=\backslash$; $\frac{0}{0}=\backslash$; $a\cdot 0=0$, $0\cdot 0=0$

E_3) se alege pentru x intervalul în care semnul lui $E(x)$ este cel care trebuie

---

☺ $$\frac{(x-1)(-x^2+4x-4)(3-x)}{(x^2-x-2)(-x^2+x-1)} \geq 0$$

E_1) $x-1=0 \Rightarrow x=1$; $3-x=0 \Rightarrow x=3$

$-x^2+4x-4=0 \,|\cdot(-1) \Rightarrow x^2-4x+4=0$

$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot1\cdot4}}{2\cdot1}=\frac{4+0}{2}=2$

$x^2-x-2=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2} \begin{cases} \frac{4}{2}=2 \\ -\frac{2}{2}=-1 \end{cases}$

$-x^2+x-1=0 \,|\cdot(-1) \Rightarrow x^2-x+1=0$

$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1-4}}{2\cdot1} \Rightarrow \Delta<0$

x	$-1 \quad 1 \quad 2 \quad 3$
$x-1$	$- - - - - 0 + + +$
$-x^2+4x-4$	$- - - - - 0 - - -$
$3-x$	$+ + + + + 0 - -$
x^2-x-2	$+ 0 - - - 0 + + + +$
$-x^2+x-1$	$- - - - - -$
$E(x)$	$- \mid + + 0 - \mid + 0 - -$

$E(x)\geq 0 \Rightarrow x\in(-1;1]\cup(2,3]$

☹ 1) $$\frac{(x^2-3x+2)(-x+4)}{2-x} \leq 0$$

2) $$\frac{(5-x)(x+2)}{(x^2-3x+2)(x^2+4x+4)} \geq 0$$

3) $$\frac{(3-x)(x^2-7x+6)}{(x^2-4x+4)(-x^2+x-1)} \leq 0$$

4) $$\frac{16x-8}{x^2+3x+2} \geq 0$$

5) $$\frac{3+x}{(1-x)(x^2-1)(x^2-5x+6)} > 0$$

CONDIȚIA CA O EXPRESIE DE GR II SĂ PĂSTREZE SEMN CONSTANT PE $\mathbb{R}$

1) $ax^2+bx+c>0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases}$

2) $ax^2+bx+c<0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\begin{cases} a<0 \\ \Delta<0 \end{cases}$

3) $ax^2+bx+c\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\begin{cases} a>0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases}$

4) $ax^2+bx+c\leq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\begin{cases} a<0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases}$

Obs.: fiind expresie de gr II, niciodată a nu este 0

Obs 2: a păstrează semnul expresiei, adică

$E(x)>0 \Rightarrow a>0$ $\quad E(x)\geq 0 \Rightarrow a>0$

$E(x)<0 \Rightarrow a<0$ $\quad E(x)\leq 0 \Rightarrow a<0$

Obs 3: $\Delta<0$ dacă inegalitatea e strictă

$\Delta\leq 0$ dacă inegalitatea nu e strictă

Obs.: Niciodată $\Delta>0$ sau $\Delta\geq 0$ pt că ar schimba semnul

Ex: $m=?$ dacă

$(m-1)x^2+3x+1\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

Cond: $\begin{cases} a>0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases}$

$a>0 \Rightarrow m-1>0 \Rightarrow m\in(1,\infty)=I_1$

$\Delta\leq 0 \Rightarrow 9-4(m-1)\cdot 1\leq 0 \Rightarrow$

$9-4m+4\leq 0 \Rightarrow 4m\geq 13 \Rightarrow m\geq \frac{13}{4}$

$\Rightarrow m\in[\frac{13}{4},\infty)=I_2$

$I_c=I_1\cap I_2=[\frac{13}{4},\infty)$

Temă: $m=?$, $m\in\mathbb{R}$ dacă

1) $(m-3)x^2-mx-m<0, \forall x\in\mathbb{R}$

2) $(m+3)x^2-(m+3)x+m-4>0, \forall x\in\mathbb{R}$

3) $(m-1)x^2+(m-3)x-m+3\leq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

4) $(m-2)x^2+(m-1)x+m-1<0, \forall x\in\mathbb{R}$

5) $(m+3)x^2-(m-1)x+m-1\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

MODULE. ECUAȚII CU MODULE

1) definiție modul

$$|x| = \begin{cases} -x, & x<0 \\ x, & x\geq 0 \end{cases}$$

Obs.: rezultatul unui modul este întotdeauna pozitiv

2) ec module $|f(x)|+|g(x)|=h(x)$

E1) rezolvăm $f(x)=0 \Rightarrow x=\dots$

$g(x)=0 \Rightarrow x=\dots$

E2) tabel de semne

x	
$f(x)$	0
$g(x)$	0

E3) se rezolvă ecuația în fiecare caz, se alege doar soluția care este în cazul respectiv $\Rightarrow S_I, S_{II}, \dots$

E4) soluție finală $S_f = S_I \cup S_{II} \cup \dots$

1) $|3-\sqrt{3}| = ?$

$3-\sqrt{3} = \sqrt{9}-\sqrt{3} > 0 \Rightarrow |3-\sqrt{3}| = 3-\sqrt{3}$

$|3-\sqrt{15}| = ?$

$3-\sqrt{15} = \sqrt{9}-\sqrt{15} < 0 \Rightarrow |3-\sqrt{15}| = -(3-\sqrt{15}) =$

$= -3+\sqrt{15} = \sqrt{15}-3$

2) rezolvați

$|5-x|-|x-3| = x+6$

E1) $5-x=0 \Rightarrow x=5$

$x-3=0 \Rightarrow x=3$

E2)

x			3		5		
$5-x$	+	+	+	+	0	−	−
$x-3$	−	−	0	+	+	+	+

Caz I: $x\in(-\infty, 3] \Rightarrow (5-x)+(x-3) = x+6$

$\Rightarrow 5-\cancel{x}+\cancel{x}-3 = x+6 \Rightarrow x=-4 \in (-\infty, 3]$

$\Rightarrow S_I = \{-4\}$

Caz II: $x\in(3,5] \Rightarrow (5-x)-(x-3) = x+6$

$\Rightarrow 5-x-x+3 = x+6 \Rightarrow -3x=-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \notin (3,5] \Rightarrow S_{II} = \emptyset$

Caz III: $x\in(5,\infty) \Rightarrow -(5-x)-(x-3) = x+6$

$\Rightarrow -5+\cancel{x}-\cancel{x}+3 = x+6 \Rightarrow -x=8$

$\Rightarrow x=-8 \notin (5,\infty) \Rightarrow S_{III} = \emptyset$

$S_f = S_I \cup S_{II} \cup S_{III} = \{-4\}$

1) $|2-x|-|x+3| = 3x+1$

2) $|5-x|-|x-4|+|x+1| = 3x+2$

3) $|x|+|x-1|+|x-2| = 3$

4) $|x-1|+|x+3|+3x-7 = 1$

5) $|1-x|-|x-4| = 5$

PARTE ÎNTREAGĂ. PARTE FRACȚIONARĂ

1) parte întreagă a lui x se notează $[x]$ și este primul întreg $\leq x$

2) parte fracționară a lui x se notează $\{x\}$ și este:

$$\{x\} = x - [x]$$

Obs1: $[x] \in \mathbb{Z}, \forall x \in \mathbb{R}$

$[x] = x \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$

$\{x\} \in [0,1), \forall x \in \mathbb{R}$

$\{x\} = 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$

Ex: $[2,3] = 2$

$\{2,3\} = 2,3 - [2,3] = 2,3 - 2 = 0,3$

$[5] = 5$

$\{5\} = 5 - [5] = 5 - 5 = 0$

$[\sqrt{7} - 2] = ?$ $\quad 2 < \sqrt{7} < 3 \mid -2 \Rightarrow$

$0 < \sqrt{7} - 2 < 1 \Rightarrow [\sqrt{7} - 2] = 0$

$\{\sqrt{7} - 2\} = \sqrt{7} - 2 - 0 = \sqrt{7} - 2$

Ex: $[-2,3] = -3$

$\{-2,3\} = -2,3 - [-2,3] =$

$= -2,3 - (-3) = -2,3 + 3 = 0,7$

$[-5] = -5$

$\{-5\} = -5 - [-5] = -5 + 5 = 0$

$[2 - \sqrt{7}] = ?$ $\quad 2 < \sqrt{7} < 3 \mid \cdot(-1) \Rightarrow -3 < -\sqrt{7} < -2$

$\Rightarrow -1 < 2 - \sqrt{7} < 0 \Rightarrow [2 - \sqrt{7}] = -1$

$\{2 - \sqrt{7}\} = 2 - \sqrt{7} - [2 - \sqrt{7}] = 2 - \sqrt{7} - (-1) = 3 - \sqrt{7}$

Calculați $[a]$ și $\{a\}$ pentru:

1) $a = 5,7$

2) $a = -3,2$

3) $a = \sqrt{5} - 2$

4) $a = \dfrac{1}{\sqrt{7} - 2}$

5) $a = 3 - \sqrt{11}$

6) $a = \dfrac{1}{3 - \sqrt{11}}$

7) $a = \sqrt{2023}$

8) $a = -\sqrt{2027}$

FORMULE DE CALCUL PRESCURTAT

TIP I $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(-a+b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(-a-b)^2=a^2+2ab+b^2$

TIP II $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a+b)^3 \xrightarrow[\text{restrânsă}]{\text{formă}} a^3+b^3+3ab(a+b)$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$(a-b)^3 \xrightarrow[\text{restrânsă}]{\text{formă}} a^3-b^3-3ab(a-b)$

TIP III a^2+b^2 $\nexists$ formulă

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

TIP IV $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

TIP V $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

$(a-b+c)^2=a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ca$

$(a-b-c)^2=a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

$(-a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

1) $(2a-3b^2)^2=4a^2-12ab^2+9b^4$

2) $(2a+1)^3+(1-2a)^3=(\cancel{8a^3}+3\cdot 4a^2+3\cdot 2a+1)+$
$+(1-3\cdot 1\cdot 2a+3\cdot 1\cdot 4a^2-\cancel{8a^3})=$
$=12a^2+\cancel{6a}+1+1-\cancel{6a}+12a^2=$
$=24a^2+2$

3) $9a^4-4b^6=(3a^2)^2-(2b^3)^2=$
$=(3a^2-2b^3)(3a^2+2b^3)$

4) $(3-a)(9+3a+a^2)=$
$=(3-a)(3^2+3a+a^2)=$
$=3^3-a^3=27-a^3$

5) $(2a-3ab^2+b)^2=4a^2+9a^2b^4+b^2-$
$-12a^2b^2+4ab-6ab^3$

1) $(2a+b)(2a-b)(4a^2+b^2)$

2) $(a+b+c)(a+b-c)$

3) $(2a+1)(4a^2-2a+1)$

4) $(a-3b)(a^2+3ab+9b^2)$

5) $(a+b-c)(a+b+c)((a+b)^2+c^2)$

6) $(a-2)^3+(a+2)^3$

7) $(5a-2b)(5a+2b)(25a^2+4b^2)$

8) $(a+2b)^3$

9) $(2ab-b)^3$

10) $8a^3+b^3$

11) $27a^3-8b^6$

12) $27a^3b^6-8a^6b^3$

SUMA PUTERILOR PRIMELOR NUMERE NATURALE

1) $\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{n \text{ ori}}=n$

2) $1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

3) $1^2+2^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

4) $1^3+2^3+\ldots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

☺

a) $1+2+\ldots+70=\frac{\cancel{70}^{35}\cdot 71}{\cancel{2}}=35\cdot 71$

b) $1^2+2^2+\ldots+10^2=\frac{10(10+1)(2\cdot 10+1)}{6}=$
$=\frac{\cancel{10}^{5}\cdot 11\cdot \cancel{21}^{7}}{\cancel{6}_{3}}=35\cdot 11$

c) $1^3+2^3+\ldots+(n-1)^3=\left[\frac{(n-1)(n-1+1)}{2}\right]^2$
$=\left[\frac{(n-1)n}{2}\right]^2$

d) $1+2+\ldots+(5n-4)=\frac{(5n-4)(5n-4+1)}{2}$
$=\frac{(5n-4)(5n-3)}{2}$

☹ Aplicați formulele pentru

1) $1+2+\ldots+59$

2) $1^2+2^2+\ldots+60^2$

3) $1^3+2^3+\ldots+30^3$

4) $1+2+3+\ldots+(7n-5)$

5) $1^2+2^2+\ldots+(3n+2)^2=$

6) $1^3+2^3+\ldots+(8n+2)^3=$

7) $1^2+2^2+\ldots+(4n-3)^2=$

8) $1^3+2^3+\ldots+(7n-1)^3=$

9) $1+2+\ldots+73=$

10) $1^2+2^2+\ldots+49^2=$

CALCULAREA SUMELOR DE FRACȚII PRIN PRELUCRAREA NUMĂRĂTORULUI

E1) Se scrie numărătorul fiecărui termen ca diferența celor doi factori de la numitor

E2) pentru a nu schimba rezultatul, se dă factor comun inversul acelei diferențe

E3) se desface fiecare termen al sumei în diferență de două fracții

E4) se reduc termenii, se aduce la cea mai simplă formă

☺ $S=\frac{1}{3\cdot 10}+\frac{1}{10\cdot 17}+\ldots+\frac{1}{(7n+3)(7n+10)}$

$$S=\frac{1}{7}\left(\frac{10-3}{3\cdot 10}+\frac{17-10}{10\cdot 17}+\ldots+\frac{(7n+10)-(7n+3)}{(7n+3)(7n+10)}\right)$$

$$S=\frac{1}{7}\left(\frac{\cancel{10}}{3\cdot \cancel{10}}-\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 10}+\frac{\cancel{17}}{10\cdot \cancel{17}}-\frac{\cancel{10}}{\cancel{10}\cdot 17}+\ldots+\frac{\cancel{7n+10}}{(7n+3)(\cancel{7n+10})}-\frac{\cancel{7n+3}}{(\cancel{7n+3})(7n+10)}\right)$$

$$S=\frac{1}{7}\left(\frac{1}{3}-\cancel{\frac{1}{10}}+\cancel{\frac{1}{10}}-\cancel{\frac{1}{17}}+\ldots+\cancel{\frac{1}{7n+3}}-\frac{1}{7n+10}\right)$$

$$S=\frac{1}{7}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{7n+10}\right)$$

$$S=\frac{1}{7}\cdot\frac{7n+10-3}{3(7n+10)}=\frac{1}{\cancel{7}}\cdot\frac{\cancel{7}(n+1)}{3(7n+10)}$$

$$\Rightarrow S=\frac{n+1}{3(7n+10)}$$

☹ Calculați

1) $S=\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$

2) $S=\frac{1}{1\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 9}+\ldots+\frac{1}{(4n+1)(4n+5)}$

3) $S=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$

4) $S=\frac{1}{2\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 8}+\ldots+\frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$

5) $S=\frac{1}{3\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 11}+\ldots+\frac{1}{(4n-1)(4n+3)}$

PROGRESII ARITMETICE

1) fiecare termen se obține din precedentul prin adăugarea aceluiași număr numit rație

Ex: $1, 5, 9, 13, \ldots \Rightarrow r = 4$

2) relația între 2 termeni consec.

$\boxed{a_n = a_{n-1} + r}$

3) termenul general

$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)r}$

4) cond ca 3 numere să fie termeni consecutivi p. a: $\boxed{a + c = 2b}$

5) cond. ca un șir a_n să fie p.a: $\boxed{a_{n-1} + a_{n+1} = 2a_n}$

6) suma primilor n termeni

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}}$$

Obs.: uneori nu putem găsi a_1 sau r

Ex: a_n p. a. cu $a_7 + a_{11} = 3$, se cere $a_{10} + a_8 = ?$

$a_7 + a_{11} = 3 \Rightarrow a_1 + 6r + a_1 + 10r = 3 \Rightarrow 2a_1 + 16r = 3$

$a_{10} + a_8 = a_1 + 9r + a_1 + 7r = 2a_1 + 16r \overset{sus}{=} 3$

Ex1: $a_7 = ?$ dacă $a_5 = 12$, $a_{19} = 40$

$a_5 = 12 \Rightarrow a_1 + 4r = 12$, scădem $\Rightarrow$

$a_{19} = 40 \Rightarrow a_1 + 18r = 40$ $\quad 14r = 28 \Rightarrow \boxed{r = 2}$

înloc $\Rightarrow a_1 + 8 = 12 \Rightarrow \boxed{a_1 = 4} \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)r$

$\Rightarrow a_7 = 4 + 6 \cdot 2 = 16$

Ex2: $x = ?$ dacă $2 + x$, 3 și $x + 6$ term consecutivi p. a.

$(2+x) + (x+6) = 2 \cdot 3 \Rightarrow 2x + 8 = 6 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

Ex3: verif dacă a_n p. a, cu $a_n = 2n + 3$

$a_{n-1} + a_{n+1} = 2a_n \Leftrightarrow (2(n-1)+3) + (2(n+1)+3) = 2(2n+3)$

$\Leftrightarrow 2n + 1 + 2n + 5 = 4n + 6$ adev.

Ex4: $a_n = 2n + 1$, se cere S_7 p. a

$S_7 = \frac{(a_1 + a_7) 7}{2}$, $a_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$, $a_7 = 2 \cdot 7 + 1 = 15$

$\Rightarrow S_7 = \frac{(3 + 15) 7}{2} = 9 \cdot 7 = 63$

Ex5: $x = ?$ dacă $1 + 5 + 9 + \ldots + x = 231$

sumă de p. a. cu $a_1 = 1$, $a_n = x$, $r = 4$

$\Rightarrow S_n = \frac{(1+x)n}{2} = 231 \quad (1)$

$x = a_n = a_1 + (n-1)r = 1 + 4(n-1) = 4n - 3$

$\Rightarrow \frac{(1 + (4n-3))n}{2} = 231 \Rightarrow 2n^2 - n - 231 = 0$

$\Rightarrow n_1 = 11 \in \mathbb{N}$, $n_2 = -\frac{42}{4} \notin \mathbb{N} \Rightarrow n = 11$

$\Rightarrow x = 4n - 3 \Rightarrow \boxed{x = 41}$

1) $x = ?$ dacă a, b, c term consecut p. a.

a) $a = 5 - x$, $b = 7$, $c = 5 + 2x$

b) $a = 7 + 2x$, $b = 1$, $c = 4 + x$

c) $a = 11 - x$, $b = 2x$, $c = 5$

d) $a = 11 + 2x$, $b = x + 1$, $c = x + 2$

2) verif dacă a_n e p. a.

a) $a_n = 3n - 1$ $\quad$ b) $a_n = 2^n$

c) $a_n = 4 - 2n$ $\quad$ d) $a_n = n^2 + n - 1$

3) dacă a_n p. a. și

a) $a_5 + a_{13} = 9$, se cere $a_3 + a_{15}$

b) $a_2 + a_{30} = 8$, se cere $a_4 + a_{28}$

c) $a_4 + a_8 + a_{20} + a_{22} = 2$, se cere $a_2 + a_{30}$

4) a_n p. a, se cere S_n în cazurile

a) $a_7 = 9$, $a_1 = 3$, se cere S_{12}

b) $a_9 = 5$, $a_{11} = 3$, se cere S_4

c) $a_4 = 7$, $a_9 = 22$, se cere S_{10}

d) $a_5 = -2$, $a_8 = 6$, se cere S_9

5) $x = ?$ dacă

a) $1 + 4 + 7 + \ldots + x = 651$

b) $1 + 5 + 9 + \ldots + x = 276$

c) $1 + 7 + 13 + \ldots + x = 408$

d) $1 + 6 + 11 + \ldots + x = 81$

PROGRESII GEOMETRICE

1) fiecare termen se obține din precedentul prin înmulțirea cu același număr nenul numit rație, notat q

Ex: $2, 6, 18, 54, 162, \dots \Rightarrow q = 3$

2) relația între 2 termeni consecutivi $\boxed{b_n = b_{n-1}\cdot q}$

3) termenul general $\boxed{b_n = b_1\cdot q^{n-1}}$

4) cond ca 3 numere să fie termeni consecutivi p.g.: $\boxed{a\cdot c = b^2}$

5) cond ca un șir b_n p.g. $\boxed{b_{n-1}\cdot b_{n+1} = b_n^2}$

6) suma primilor n termeni, pt $q\neq 1$ este $\boxed{S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}}$

Obs.: uneori nu putem găsi b_1 sau q

Ex.: $b_7 b_{10} = 2$, se cere $b_2\cdot b_{15}$

$b_7 b_{10} = b_1 q^6 b_1 q^9 = b_1^2 q^{15} = 2$

$b_2 b_{15} = b_1 q b_1 q^{14} = b_1^2 q^{15} \overset{sus}{=} 2$

1) $b_7 = ?$ dacă $b_2 = 5$, $b_5 = 40$

$b_2 = 5 \Rightarrow b_1 q = 5$ împărțim $\Rightarrow q^3 = 8$

$b_5 = 40 \Rightarrow b_1 q^4 = 40 \Rightarrow q = 2$

înlocuim $\Rightarrow b_1\cdot 2 = 5 \Rightarrow b_1 = \frac{5}{2}$

$b_7 = b_1 q^6 = \frac{5}{2}\cdot 2^6 = 5\cdot 2^5 = 160$

2) $x = ?$ dacă $a = x+2$, $b = 6$, $c = 9$ sunt termeni consecut p.g.

$a\cdot c = b^2 \Rightarrow (x+2)9 = 36 \Rightarrow x+2 = 4 \Rightarrow x = 2$

3) verif. dacă a_n p.g., cu $a_n = 7^{2n-1}$

$b_{n-1}\cdot b_{n+1} = b_n^2 \Leftrightarrow 7^{2(n-1)-1}\cdot 7^{2(n+1)-1} = (7^{2n-1})^2$

$\Leftrightarrow 7^{2n-3}\cdot 7^{2n+1} = 7^{4n-2}$ adev $\Rightarrow$ p.g.

4) $b_n = 7^{n-1}$, se cere $S_{10} = ?$

$S_{10} = \frac{b_1(q^{10}-1)}{q-1}$, $b_1 = 7^0 = 1$, $b_n = b_{n-1}\cdot q$

$\Rightarrow 7^{n-1} = 7^{n-2}\cdot q \Rightarrow q = 7 \Rightarrow S_{10} = \frac{1(7^{10}-1)}{6}$

5) $x = ?$ dacă $4+4^2+4^3+\dots+4^x = 5460$

sumă de p.g. cu $b_1 = 4$, $q = 4$ și sunt x termeni $\Rightarrow \frac{4(4^x-1)}{4-1} = 5460 \Rightarrow$

$4(4^x-1) = 3\cdot 5460 \,|:4 \Rightarrow 4^x-1 = 3\cdot 1365$

$\Rightarrow 4^x = 4095+1 \Rightarrow 4^x = 4096 \Rightarrow 4^x = 4^6$

$\Rightarrow \boxed{x = 6}$

1) $x = ?$ dacă a, b, c term consecut p.g.

a) $a = x+1$, $b = 5$, $c = 7$

b) $a = 3+x$, $b = 2$, $c = 2x+1$

c) $a = -2$, $b = 4+x$, $c = 7$

d) $a = 1+x$, $b = 9+x$, $c = 50$

2) verif dacă b_n e p.g.

a) $b_n = 2\cdot 3^{1-n}$ b) $b_n = 7n-1$

c) $b_n = 7n-1$ d) $b_n = 4^{2n+3}$

3) b_n e p.g și

a) $b_2 b_7 = 5$, se cere $b_3 b_4$

b) $b_8 b_{25} = 2$, se cere $b_{10} b_{23}$

c) $b_7 b_{12} = 8$, se cere $b_{10} b_9$

d) $b_{12} b_{30} = 5$, se cere $b_9 b_{33}$

4) Dacă b_n p.g

a) $b_3 = 7$, $b_6 = 56$, $b_{11} = ?$, $S_{20} = ?$

b) $b_3 = 5$, $b_5 = 20$, $b_{18} = ?$, $S_{41} = ?$

c) $b_{11} = 24$, $b_9 = 6$, $S_{11} = ?$

d) $b_2 = 75$, $b_4 = 1875$, $S_{10} = ?$

5) $x = ?$ dacă

a) $1+2+4+\dots+x = 255$

b) $5+10+20+\dots+x = 5115$

c) $1+3+9+\dots+x = 6561$

d) $1+5^2+5^3+\dots+x = 19381$

ECUAȚIA DE GRAD II. PROPRIETĂȚI

Pentru $ax^2+bx+c=0$ avem:

1) ec are răd reale $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$

ec are răd reale distincte $\Leftrightarrow \Delta > 0$

ec are răd reale egale $\Leftrightarrow \Delta < 0$

ec nu are răd reale $\Leftrightarrow \Delta < 0$

2) relațiile VIETE

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ P = x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

3) ec atașată rădăcinilor

$$x^2 - Sx + P = 0$$

4) suma puterilor asemenea a rădăcinilor

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$$

$$x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$$

5) descompunerea expresiilor de grad II în factori

$\Delta > 0 \Rightarrow ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

$\Delta = 0 \Rightarrow ax^2+bx+c = a(x-x_1)^2$

$\Delta < 0 \Rightarrow ax^2+bx+c$ ireductibil

---

1) $m=?$ dacă $x^2+2x+m-1=0$ are toate rădăc reale

$\Delta > 0 \Rightarrow 4-4(m-1) > 0 \mid :4 \Rightarrow 1-m+1>0$

$\Rightarrow -m > -2 \Rightarrow m < 2 \Rightarrow m \in (-\infty, 2)$

2 a) pt $2x^2+5x+7=0$, $S=-\frac{5}{2}$, $P=\frac{7}{2}$

b) $m=?$ dacă $x^2-(2m+1)x+3m=0$ verif $x_1+x_2+x_1x_2=11$

(1) $S+P=1$, $S=\frac{2m+1}{1}$, $P=\frac{3m}{1} \Rightarrow$

$2m+1+3m=11 \Rightarrow 5m=10 \Rightarrow m=2$

c) $m=?$ $(m-2)x^2+x+m-1=0$ verif $x_1-4x_2+x_1x_2=1$

$x_1+x_2-5x_2+x_1x_2=1 \Rightarrow S-5x_2+P=1$

$\Rightarrow -\frac{1}{m-2} - 5x_2 + \frac{m-1}{m-2} = 1 \Rightarrow$

$\frac{m-2}{m-2} - 5x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = 0$. Dar x_2 răd

$\Rightarrow x_2=0$ verif ec $\Rightarrow (m-2)\cdot 0+0+m-1=0$

$\Rightarrow m=1$

3) $x_1=5, x_2=3 \Rightarrow$ ec: $x^2-8x+15=0$

4) $x^2+x+5=0 \Rightarrow x_1^2+x_2^2=(-1)^2-2\cdot 5 = -9$

$x_1^3+x_2^3=S^3-3PS=(-1)^3-3\cdot 5(-1)=-1+15=14$

5) desc. factori x^2-3x+2

răd $x_1=1, x_2=2 \Rightarrow$

$x^2-3x+2=1(x-1)(x-2)$

---

1) $m=?$ dacă a) ec are răd reale

b) răd reale distincte

c) răd reale diferite

d) nu are răd reale

pt (1) $x^2+x-2m+1=0$

(2) $(m+1)x^2+3x+1=0$

(3) $(m-1)x^2+x-3=0$

(4) $x^2-4x+m+2=0$

2 a) $x^2-(m-1)x+m-1=0$, $x_1=2x_2$

b) $x^2-3x+m=0$, $x_1-x_2=11$

c) $mx^2-(2m-1)x+m-3=0$, $x_1+2x_2=1$

d) $mx^2+x+m+1=0$, $x_1=3x_2$

3) ec atașată răd: a) $x_1=2, x_2=5$

b) $x_1=7, x_2=4$ c) $x_1=5, x_2=3$

4) $S=?$, $P=?$, $S_2=x_1^2+x_2^2$, $S_3=x_1^3+x_2^3$

a) $x^2+5x+3=0$

b) $5x^2+x+7=0$

c) $5x^2+2x+3=0$

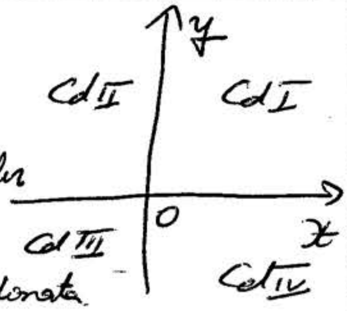
5) simplificați

a) $\dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$ b) $\dfrac{x^2-x-2}{x^2+3x+2}$

c) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+5x+6}$ d) $\dfrac{x^2-x-6}{x^2-5x+6}$

SISTEM DE AXE CARTEZIAN

1) cum arată



2) Ox - axa absciselor

Oy - axa ordonatelor

$\Rightarrow x_M$ abscisa lui M, y_M ordonata

3) $M(x_M, y_M) \in Ox \Rightarrow y_M = 0$

$M(x_M, y_M) \in Oy \Rightarrow x_M = 0$

4) $M(x_M, y_M) \in$ bisect I $\Rightarrow y_M = x_M$

$M(x_M, y_M) \in$ bisect II $\Rightarrow y_M = -x_M$

5) există 4 cadrane

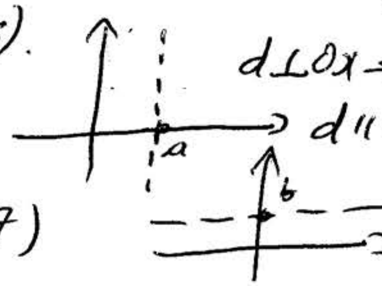
$M \in Cd\,I \Rightarrow \begin{cases} x_M > 0 \\ y_M > 0 \end{cases}$

$M \in Cd\,II \Rightarrow \begin{cases} x_M < 0 \\ y_M > 0 \end{cases}$

$M \in Cd\,III \Rightarrow \begin{cases} x_M < 0 \\ y_M < 0 \end{cases}$

$M \in Cd\,IV \Rightarrow \begin{cases} x_M > 0 \\ y_M < 0 \end{cases}$

6).



$d \perp Ox \Rightarrow x = a$

$d \parallel Oy \Rightarrow x = a$

7)

$d \perp Oy \Rightarrow y = b$

$d \parallel Ox \Rightarrow y = b$

$m = ?$ dacă $A(2m, 1-m) \in Cd\,I$

$A \in Cd\,I \Rightarrow \begin{cases} x_A > 0 \\ y_A > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2m > 0 \Rightarrow m > 0 \\ 1-m > 0 \Rightarrow m < 1 \end{matrix}$

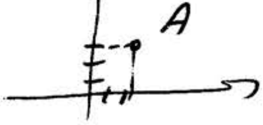
$\Rightarrow m \in (0, 1)$

$m = ?$ dacă $B(1-m, m+2) \in$ bisect I

$y_B = x_B \Rightarrow m + 2 = 1 - m \Rightarrow 2m = -1$

$\Rightarrow m = -\frac{1}{2}$

găsiți ec dreptei $\parallel Ox$ ce trece $A(2, 3)$



$d \parallel Ox \Rightarrow y = y_A$

$\Rightarrow y = 3$

se cer coord $A(m-1, m+2)$ de pe axa Ox

$A \in Ox \Rightarrow y_A = 0 \Rightarrow m + 2 = 0$

$\Rightarrow m = -2 \Rightarrow A(-3, 0) \in Ox$

$m = ?$ dacă $A(m-1, 2m+2)$ este

a) Cd I b) Cd II c) Cd III

d) Cd IV e) pe Ox f) pe Oy

g) bisect I h) bisect II

găsiți ecuația dreptei ce trece $A(-2, 1)$ și a) $\parallel Ox$ b) $\perp Ox$

c) $\parallel Oy$ d) $\perp Oy$

$m = ?$ dacă $A(-m+1, 2m+4)$ este

a) Cd II b) Cd IV c) Cd I

d) Cd III e) pe Ox f) pe Oy

g) bisect I h) bisect II

găsiți ec dreptei ce trece $A(2, -3)$ și a) $\parallel Ox$ b) $\perp Ox$

c) $\parallel Oy$ d) $\perp Oy$

FUNCȚIA LINIARĂ

1) $f(x) = ax + b$

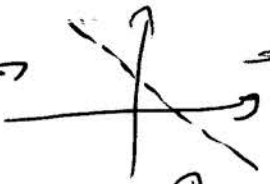
$a = 0 \Rightarrow f$ constantă

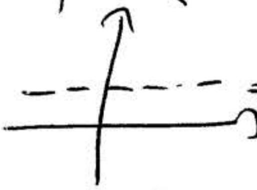
$a \neq 0 \Rightarrow f$ f.d. gr I

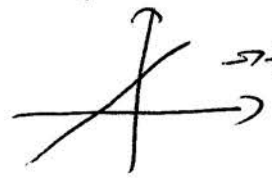
2) $A(x_A, y_A) \in G_f \Leftrightarrow$

$f(x_A) = y_A$

3) graficul este o dreaptă

$a < 0 \Rightarrow$  $\Rightarrow f_s \searrow$

$a = 0 \Rightarrow$  $\Rightarrow f$ const.

$a > 0 \Rightarrow$  $\Rightarrow f_s \nearrow$

☺ $m = ?$ dacă $f(x) = (m-1)x + 3$ e constantă

$m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1$

☺ $m = ?$ dacă $A(m, 2) \in G_f$ unde $f(x) = x - 5$

$\left.\begin{array}{l} f(m) = m - 5 \\ \text{Dar, } f(m) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow m - 5 = 2 \Rightarrow m = 7$

☺ $m = ?$ dacă $f_s \nearrow$ unde $f(x) = (m-3)x + m - 5$

$f_s \nearrow \Rightarrow m - 3 > 0 \Rightarrow m \in (3, \infty)$

☺ găsiți f.d. gr I dacă G_f trece $A(1,2)$ și $B(3,5)$

$E_1)$ $f(x) = ax + b$

$A(1,1) \in G_f \Rightarrow f(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$

$B(3;5) \in G_f \Rightarrow f(3) = 5 \Rightarrow 3a + b = 5$

Scădem $\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2,$

înlocuim $\Rightarrow b = -1$

$\Rightarrow f(x) = 2x - 1$

☹ $m = ?$ dacă $f(x) = (-m+2)x + 5$ este: a) $s \searrow$ b) $s \nearrow$ c) constantă

☹ găsiți f.d. de gr I dacă G_f trece a) $A(1,8)$, $B(-1;2)$

b) $A(-1,5)$, $B(2,-1)$

c) $A(1,1)$, $B(3,7)$

☹ $m = ?$ dacă $f(x) = (2m-6)x + m - 1$ este: a) $s \nearrow$ b) const c) $s \searrow$

FUNCȚIA DE GRAD II

$f(x)=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$

1) $a>0 \Rightarrow G_f \cup$ $\quad a<0 \Rightarrow G_f \cap$

2) în $\forall$ caz $\exists$ vârf $\boxed{V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)}$

3) în $\forall$ caz $\exists$ axă de simetrie $x=x_V$ adică $\boxed{x=-\frac{b}{2a}}$

4) $A\in G_f \Rightarrow f(x_A)=y_A$

4) $a>0 \Rightarrow f_s \searrow \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right], f_s \nearrow \left[-\frac{b}{2a}, \infty\right)$ și f are MINIM egal cu $-\frac{\Delta}{4a}$ și se obține pt $x=-\frac{b}{2a}$

$a<0 \Rightarrow f_s \nearrow \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right], f_s \searrow \left[-\frac{b}{2a}, \infty\right)$ și f are MAXIM egal cu $-\frac{\Delta}{4a}$ și se obține pt $x=-\frac{b}{2a}$

OBS.: la monotonie se ia închis în $x=-\frac{b}{2a}$ în ambele intervale

$f(x)=x^2-x+2$, se cere:

a) forma graficului

b) coord vârfului

c) axa de simetrie a G_f

d) monotonia

e) extremul funcției

f) abscisa punctului de extrem

a) $a=1>0 \Rightarrow G_f$ are forma $\cup$

b) $-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}, -\frac{\Delta}{4a}=-\frac{1-8}{4}=\frac{7}{4}$
$\Rightarrow V\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right)$

c) $x=-\frac{b}{2a} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

d) $f_s \searrow \left(-\infty; \frac{1}{2}\right], f_s \nearrow \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$

e) $a=1>0 \Rightarrow f$ are MINIM egal cu $-\frac{\Delta}{4a}$ adică $\frac{7}{4}$

f) abscisa pt extrem $x=\frac{1}{2}$

Rezolvați cerințele de mai sus pentru

1) $f(x)=-x^2+x+1$

2) $f(x)=2x^2-3x+1$

3) $f(x)=-3x^2+6x+2$

4) $f(x)=5x^2-2x+3$

5) $f(x)=-4x^2+3x+7$

CONDIȚII PENTRU GRAFICUL UNEI FUNCȚII DE GRAD II

Obs.: punctele de $\cap$ ale G_f cu Ox sunt răd. ec. atașate

1) G_f nu intersect. $Ox \iff \Delta < 0$

2) $G_f \cap Ox$ într-un singur punct (G_f tangent la Ox) $\iff \Delta = 0$

3) $G_f \cap Ox$ în 2 pct distincte (G_f secant la Ox) $\iff \Delta > 0$

4) G_f are vârful pe $Ox \iff$ $y_V = 0 \iff -\frac{\Delta}{4a} = 0 \iff \Delta = 0$

5) G_f are vârful pe $Oy \iff$ $x_V = 0 \iff -\frac{b}{2a} = 0 \iff b = 0$

6) axa de simetrie pt G_f este $x = -\frac{b}{2a}$

---

pt $f(x) = (m-2)x^2 + 2x + 1, m \neq 2$

$m = ?$ dacă

a) $G_f \not\cap Ox$ b) G_f tangent Ox

c) G_f secant la Ox d) G_f are $V \in Ox$

e) G_f are $V \in Oy$

axa de simetrie pt G_f este $x = 2$

a) $\Delta < 0 \Rightarrow 4 - 4(m-2) < 0 \Rightarrow 4 - 4m + 8 < 0 \Rightarrow -4m < -12 \Rightarrow m > 3 \Rightarrow m \in (3, \infty)$

b) $\Delta = 0 \Rightarrow -4m = -12 \Rightarrow m = 3$

c) $\Delta > 0 \Rightarrow -4m > -12 \Rightarrow m < 3 \Rightarrow m \in (-\infty; 3)$

d) $V \in Ox \Rightarrow y_V = 0 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow m = 3$

e) $V \in Oy \Rightarrow -\frac{2}{m-2} = 0 \Rightarrow -2 = 0$ fals $\Rightarrow m \in \emptyset$

f) $-\frac{2}{2(m-2)} = 2 \Rightarrow -1 = m - 2 \Rightarrow m = 1$

Rezolvați cerințele de mai sus pentru

1) $f(x) = (m-1)x^2 + 4x + 1, m \neq 1$

2) $f(x) = x^2 + 2x + m - 1$

3) $f(x) = (m+1)x^2 + 2x + 3, m \neq -1$

4) $f(x) = (-m+1)x^2 + x + 1, m \neq 1$