Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $5-3\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4+2x}=2$.

5p **4.** Un produs costă 90 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 10%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,0)$ și $M(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b, știind că punctul M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, în care măsura unghiului C este egală cu $30°$ și $AB=3$. Arătați că $BC=6$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=2$.

5p **b)** Arătați că $A+2B=3C$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(B\cdot C+x(A-C)\right)=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x+2y)(y+2x)+2$.

5p **a)** Arătați că $1*1=11$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*0=4$.

5p **c)** Demonstrați că $x*\frac{1}{x}>7$, pentru orice număr real nenul x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^5+5x^4-10x^3+1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=10x^2\left(x^2+2x-3\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $2x^5+5x^4-10x^3+3\ge 0$, pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x+\frac{2}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2\left(f(x)-\frac{2}{x+1}\right)dx=12$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-6x\right)dx=2\ln 2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^e\left(f(x)-\frac{2}{x+1}\right)\cdot\ln^2 x\,dx=\frac{a\left(e^2-1\right)}{2}$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5-3\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)=5-3\cdot\frac{4}{3}=$	**3p**
	$=5-4=1$	**2p**
2.	$f(a)=a-4$	**2p**
	$a-4=2$, de unde obținem $a=6$	**3p**
3.	$4+2x=4$	**3p**
	$x=0$, care convine	**2p**
4.	$\frac{10}{100}\cdot 90=9$ lei	**3p**
	Prețul după scumpire este $90+9=99$ de lei	**2p**
5.	$a=\frac{1+5}{2}$, $b=\frac{4+0}{2}$	**3p**
	$a=3$, $b=2$	**2p**
6.	$\sin C=\frac{AB}{BC}$	**2p**
	$\frac{1}{2}=\frac{3}{BC}$, de unde obținem $BC=6$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{vmatrix}=2\cdot 3-1\cdot 4=$	**3p**
	$=6-4=2$	**2p**
b)	$2B=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 2 & 6\end{pmatrix}\Rightarrow A+2B=\begin{pmatrix}6 & -3\\ 6 & 9\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}=3C$	**2p**
c)	$B\cdot C+x(A-C)=\begin{pmatrix}0 & -8+2x\\ 8+2x & 8\end{pmatrix}$, deci $\det\left(B\cdot C+x(A-C)\right)=(8+2x)(8-2x)$, pentru orice număr real x	**3p**
	$(8+2x)(8-2x)=0$, de unde obținem $x=-4$ sau $x=4$	**2p**
2.a)	$1*1=(1+2\cdot 1)(1+2\cdot 1)+2=$	**3p**
	$=3\cdot 3+2=11$	**2p**
b)	$x*0=2x^2+2$, pentru orice număr real x, deci $2x^2+2=4$	**3p**
	$x^2-1=0$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=1$	**2p**

c)	$x*\frac{1}{x}=\left(x+\frac{2}{x}\right)\left(\frac{1}{x}+2x\right)+2=1+2x^2+\frac{2}{x^2}+4+2=$	**3p**
	$=2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+7>7$, pentru orice număr real nenul x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2\cdot 5x^4+5\cdot 4x^3-10\cdot 3x^2=$	**3p**
	$=10x^4+20x^3-30x^2=10x^2\left(x^2+2x-3\right)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(0)=1$, $f'(0)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=1$	**3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-3$ sau $x=0$ sau $x=1$; $f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[-3,1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-3,1]$ și $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1,+\infty)$, deci $f(x)\ge f(1)$, pentru orice $x\in[-3,+\infty)$	**3p**
	$f(1)=-2$, de unde obținem $2x^5+5x^4-10x^3+1\ge -2$, deci $2x^5+5x^4-10x^3+3\ge 0$, pentru orice $x\in[-3,+\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^2\left(f(x)-\frac{2}{x+1}\right)dx=\int_0^2 6x\,dx=6\cdot\left.\frac{x^2}{2}\right\|_0^2=$	**3p**
	$=12-0=12$	**2p**
b)	$\int_0^1\left(f(x)-6x\right)dx=\int_0^1\frac{2}{x+1}dx=\left.2\ln(x+1)\right\|_0^1=$	**3p**
	$=2\ln 2-2\ln 1=2\ln 2$	**2p**
c)	$\int_1^e\left(f(x)-\frac{2}{x+1}\right)\cdot\ln^2 x\,dx=\int_1^e 6x\ln^2 x\,dx=\int_1^e\left(3x^2\right)'\ln^2 x\,dx=\left.3x^2\ln^2 x\right\|_1^e-\int_1^e 6x\ln x\,dx=$ $=3e^2-\left.3x^2\ln x\right\|_1^e+\left.\frac{3x^2}{2}\right\|_1^e=\frac{3\left(e^2-1\right)}{2}$	**3p**
	$\frac{3\left(e^2-1\right)}{2}=\frac{a\left(e^2-1\right)}{2}$, de unde obținem $a=3$	**2p**