Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(\sqrt{3}+1\right)^2-\left(\sqrt{3}-1\right)^2=\sqrt{48}$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-2x+5$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 și 8.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(5,2)$ și $C(6,6)$. Determinați distanța de la punctul B la mijlocul segmentului AC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=9$, $AC=12$ și $BC=15$. Arătați că $\sin B+\sin C=\frac{7}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{3}(x+y)+\frac{2}{3}$.

5p **1.** Arătați că $4*2=0$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=-\frac{1}{3}(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Determinați numărul real x pentru care $4*x=x$.

5p **4.** Arătați că $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x=-2$.

5p **6.** Arătați că $\frac{1}{x}*\frac{1}{x}\leq 1$, pentru orice număr real nenul x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **1.** Arătați că $\det B=2$.

5p **2.** Arătați că $\det\left(A(2n,2n+1)\right)$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n.

5p **3.** Arătați că $A(2x,0)+A(0,2x)=2A(x,x)$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Determinați numerele reale x și y, astfel încât $A(x,y)\cdot B=B\cdot A(x,y)$.

5p **5.** Determinați numărul real strict pozitiv x, știind că suma elementelor matricei $A(\log_3 x,1)$ este egală cu 5.

5p **6.** Determinați numerele reale x și y, știind că $A(x,y)\cdot A(x,y)=2I_2$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\left(\sqrt{3}+1\right)^2=4+2\sqrt{3}$, $\left(\sqrt{3}-1\right)^2=4-2\sqrt{3}$	**3p**
	$\left(4+2\sqrt{3}\right)-\left(4-2\sqrt{3}\right)=4\sqrt{3}=\sqrt{48}$	**2p**
2.	$2x+1=-2x+5$, deci $x=1$	**2p**
	$f(1)=3$, deci coordonatele punctului de intersecție sunt $(1,3)$	**3p**
3.	$3^{x-2}=3^{2x}$, de unde obținem $x-2=2x$	**3p**
	$x=-2$	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 8 moduri, deci se pot forma $4\cdot 8=32$ de numere naturale impare de două cifre	**3p**
5.	$x_M=3$ și $y_M=4$, unde M este mijlocul segmentului AC	**3p**
	$BM=\sqrt{(3-5)^2+(4-2)^2}=2\sqrt{2}$	**2p**
6.	$AB^2+AC^2=BC^2$, deci triunghiul ABC este dreptunghic în A	**3p**
	$\sin B+\sin C=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{7}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$4*2=-\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 2+\frac{1}{3}(4+2)+\frac{2}{3}=$	**3p**
	$=-\frac{8}{3}+\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=0$	**2p**
2.	$x*y=-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}x(y-1)+\frac{1}{3}(y-1)+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=$	**3p**
	$=-\frac{1}{3}x(y-1)+\frac{1}{3}(y-1)+1=-\frac{1}{3}(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
3.	$4*x=-\frac{1}{3}(4-1)(x-1)+1=-x+2$, pentru orice număr real x	**2p**
	$-x+2=x$, deci $x=1$	**3p**
4.	$(-2)*x=-\frac{1}{3}(-2-1)(x-1)+1=x-1+1=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x*(-2)=-\frac{1}{3}(x-1)(-2-1)+1=x-1+1=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**

5.	$x*x=-\frac{1}{3}(x-1)^2+1$, pentru orice număr real x	**2p**
	$-\frac{1}{3}(x-1)^2+1=-2 \Leftrightarrow (x-1)^2=9$, de unde obținem $x=-2$ sau $x=4$	**3p**
6.	$-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}-1\right)^2+1\le 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}-1\right)^2\le 0$	**3p**
	$\left(\frac{1}{x}-1\right)^2\ge 0$, deci $\frac{1}{x}*\frac{1}{x}\le 1$, pentru orice număr real nenul x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det B=\begin{vmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-2\cdot(-1)=$	**3p**
	$=0+2=2$	**2p**
2.	$A(2n,2n+1)=\begin{pmatrix}2n & 2n+1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, de unde obținem $\det\left(A(2n,2n+1)\right)=2n-1$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**
	$2n-1$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
3.	$A(2x,0)+A(0,2x)=\begin{pmatrix}2x & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 2x\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x & 2x\\ 2 & 4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\cdot\begin{pmatrix}x & x\\ 1 & 2\end{pmatrix}=2A(x,x)$, pentru orice număr real x	**2p**
4.	$\begin{pmatrix}x & y\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x & y\\ 1 & 2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x-y & 2x\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+2 & y+4\\ -x & -y\end{pmatrix}$	**3p**
	$x=1$ și $y=-2$	**2p**
5.	$A(\log_3 x,1)=\begin{pmatrix}\log_3 x & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, deci suma elementelor matricei este $4+\log_3 x$	**3p**
	$4+\log_3 x=5 \Leftrightarrow \log_3 x=1$, de unde obținem $x=3$, care convine	**2p**
6.	$A(x,y)\cdot A(x,y)=\begin{pmatrix}x^2+y & xy+2y\\ x+2 & y+4\end{pmatrix}$, $2I_2=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}x^2+y & xy+2y\\ x+2 & y+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=-2$ și $y=-2$	**3p**