

Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\log_2 16 - \log_2 8 + \log_2 1 = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 7$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m, 2022)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x-2} = \sqrt{3}$.
- 5p** 4. După două scumpiri succesive cu 20% prețul unui obiect este de 180 lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,7)$ și $B(2,5)$. Determinați ecuația dreptei AB .
- 5p** 6. Arătați că $(\sin 45^\circ - \sin 30^\circ)(\sin 45^\circ + \sin 30^\circ) = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 5(x + y) + 7$.

- 5p** 1. Arătați că $(-2) \circ 2 = 3$.
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p** 3. Demonstrați că $x \circ y = (x + 5)(y + 5) - 18$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 7$.
- 5p** 5. Demonstrați că $((-x) \circ (-y)) + ((-x) \circ y) + (x \circ (-y)) + (x \circ y) = 28$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 6. Determinați perechile (a, b) de numere întregi pentru care $a \circ b = -19$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A = A$.
- 5p** 3. Arătați că $X(-1) + X(1) = 2I_2$.
- 5p** 4. Demonstrați că $X(a) \cdot X(-1) = X(-1)$, pentru orice număr real a .
- 5p** 5. Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ **nu** este inversabilă.
- 5p** 6. Determinați valorile reale ale lui a pentru care $\det(X(a^2)) \leq 10$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\log_2 16 = 4, \log_2 8 = 3, \log_2 1 = 0$ $\log_2 16 - \log_2 8 + \log_2 1 = 4 - 3 + 0 = 1$	3p 2p
2.	$f(m) = 2022$ $5m + 7 = 2022$, de unde obținem $m = 403$	3p 2p
3.	$5x - 2 = 3$ $x = 1$, care convine	3p 2p
4.	$x + \frac{20}{100}x = \frac{6x}{5}$, unde x este prețul inițial $\frac{6x}{5} + \frac{20}{100} \cdot \frac{6x}{5} = \frac{36x}{25} \Rightarrow \frac{36x}{25} = 180$, de unde obținem $x = 125$ lei	2p 3p
5.	Ecuția dreptei AB este $\frac{x-6}{2-6} = \frac{y-7}{5-7}$ $x - 2y + 8 = 0$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-2) \circ 2 = -2 \cdot 2 + 5(-2 + 2) + 7 =$ $= -4 + 0 + 7 = 3$	3p 2p
2.	$x \circ y = xy + 5(x + y) + 7 = yx + 5(y + x) + 7 =$ $= y \circ x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ \circ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x \circ y = xy + 5x + 5y + 25 - 18 =$ $= x(y + 5) + 5(y + 5) - 18 = (x + 5)(y + 5) - 18$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
4.	$x^2 + 10x + 7 = 7$ $x^2 + 10x = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = -10$	2p 3p
5.	$(-x) \circ (-y) = xy - 5x - 5y + 7$, pentru orice numere reale x și y $(xy - 5x - 5y + 7) + (-xy - 5x + 5y + 7) + (-xy + 5x - 5y + 7) + (xy + 5x + 5y + 7) = 28$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
6.	$(a + 5)(b + 5) = -1$ Cum a și b sunt numere întregi, obținem perechile (a, b) de numere întregi $(-6, -4)$ și $(-4, -6)$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ -4 & -4 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-4) - 5 \cdot (-4) =$ $= -20 + 20 = 0$	3p 2p
2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 25 - 20 & 25 - 20 \\ -20 + 16 & -20 + 16 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -4 & -4 \end{pmatrix} = A$	3p 2p
3.	$X(-1) = I_2 - A$ $X(1) = I_2 + A$, deci $X(-1) + X(1) = I_2 - A + I_2 + A = 2I_2$	2p 3p
4.	$X(a) \cdot X(-1) = (I_2 + aA) \cdot (I_2 - A) = I_2^2 - I_2 \cdot A + aA \cdot I_2 - aA^2 =$ $= I_2 - A = X(-1)$, pentru orice număr real a	3p 2p
5.	$\det(X(a)) = \begin{vmatrix} 1 + 5a & 5a \\ -4a & 1 - 4a \end{vmatrix} = (1 + 5a)(1 - 4a) - 5a(-4a) = 1 + a$, pentru orice număr real a $\det(X(a)) = 0$, de unde obținem $a = -1$	3p 2p
6.	$\det(X(a^2)) = a^2 + 1$, pentru orice număr real a $a^2 + 1 \leq 10$, de unde obținem $a \in [-3, 3]$	3p 2p