

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2021 – 2022

Matematică

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:
.....

Prenumele:.....

Școala de proveniență:
.....

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)


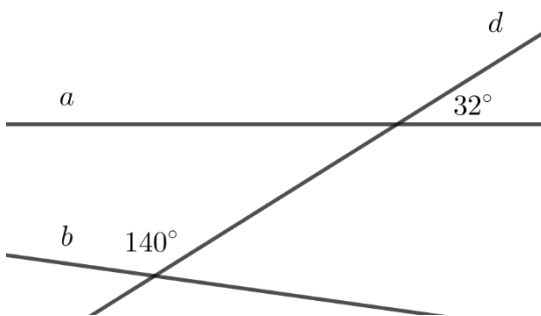
5p	1. Un divizor al numărului 75 este: a) 150 b) 12 c) 7 d) 5
5p	2. Rezultatul calculului $1,5 : 2$ este egal cu: a) 0,75 b) 2,25 c) 3 d) 75
5p	3. Probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element al mulțimii $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$, acesta să fie număr par este egală cu: a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{7}{4}$ d) $\frac{7}{3}$
5p	4. Numărul real $-2\sqrt{3}$ aparține intervalului: a) $(-3,4)$ b) $(3,4)$ c) $(-4,-3)$ d) $(-3,-2)$

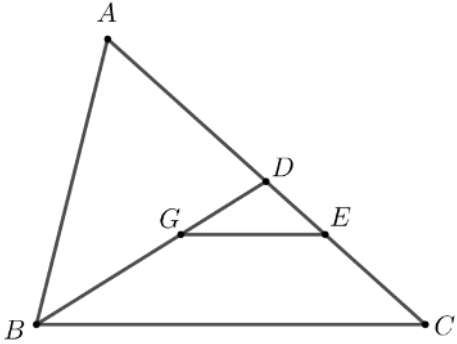
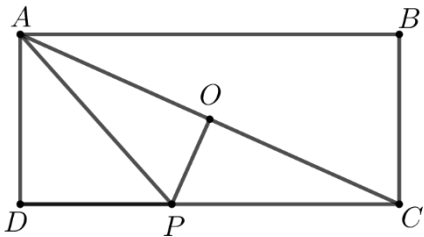
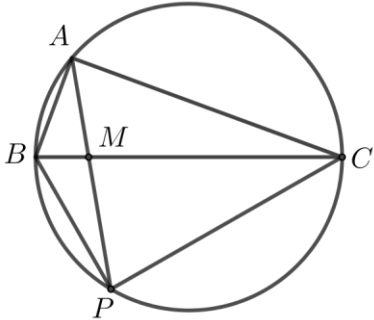
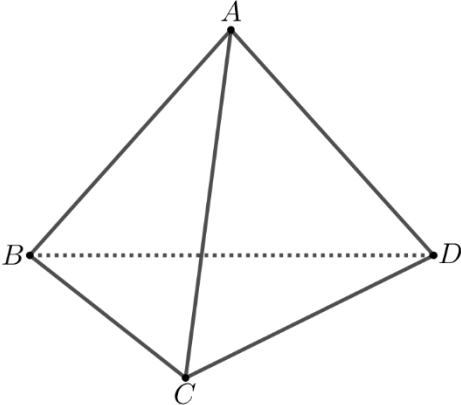
5p	<p>5. Patru elevi, Alin, Cristina, Mihai și Dana, calculează suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 3 dau câtul 4 și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor:</p> <table border="1" data-bbox="620 235 1029 400"><tr><td>Alin</td><td>54</td></tr><tr><td>Cristina</td><td>42</td></tr><tr><td>Mihai</td><td>39</td></tr><tr><td>Dana</td><td>12</td></tr></table> <p>Conform informațiilor din tabel, dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect suma numerelor este:</p> <ul style="list-style-type: none">a) Alinb) Cristinac) Mihaid) Dana	Alin	54	Cristina	42	Mihai	39	Dana	12
Alin	54								
Cristina	42								
Mihai	39								
Dana	12								
5p	<p>6. Prețul unui stilou este 40 lei. Matei afirmă: „Dacă prețul stiloului ar fi fost cu 20% mai mic, atunci cu 128 lei aș fi putut cumpăra 4 stilouri de același fel.”. Afirmatia lui Matei este:</p> <ul style="list-style-type: none">a) adevăratăb) falsă								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	<p>1. În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E sunt coliniare, în această ordine, astfel încât punctul B este mijlocul segmentului AC, punctul C este mijlocul segmentului AD și punctul D este mijlocul segmentului AE. Raportul $\frac{BD}{AE}$ este egal cu:</p> <ul style="list-style-type: none">a) $\frac{1}{2}$b) $\frac{3}{7}$c) $\frac{2}{5}$d) $\frac{3}{8}$ 
5p	<p>2. În figura alăturată sunt reprezentate într-un plan, dreptele a și b intersectate de dreapta d, fiind evidențiate măsurile a două unghiuri de 32° și, respectiv de 140°. Unghiul dintre dreptele a și b este egal cu:</p> <ul style="list-style-type: none">a) 0°b) 8°c) 90°d) 172° 

<p>5p</p>	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AC = 6\text{cm}$. Punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC, $BG \cap AC = \{D\}$ și $GE \parallel BC$, $E \in AC$. Lungimea segmentului DE este egală cu:</p> <p>a) 4 cm b) 3 cm c) 2 cm d) 1 cm</p> 
<p>5p</p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$. Punctul O este mijlocul diagonalei AC, iar punctul P se află pe latura DC, astfel încât dreptele PO și AC sunt perpendiculare. Dacă $AP = 3\text{cm}$, și $BC = \sqrt{5}\text{cm}$, atunci lungimea segmentului AB este egală cu:</p> <p>a) 3 cm b) 5 cm c) $3\sqrt{5}\text{cm}$ d) $2\sqrt{14}\text{cm}$</p> 
<p>5p</p>	<p>5. În figura alăturată, punctele A, B și C se află pe un cerc și sunt vârfurile unui triunghi dreptunghic în A. Dacă punctul M se află pe latura BC și dreapta AM intersectează a doua oară cercul în punctul P, atunci măsura unghiului BPC este egală cu:</p> <p>a) 30° b) 60° c) 90° d) 120°</p> 
<p>5p</p>	<p>6. Muchia AB a tetraedrului regulat $ABCD$ este egală cu 6cm. Aria totală a tetraedrului regulat $ABCD$ este egală cu:</p> <p>a) $36\sqrt{3}\text{cm}^2$ b) $27\sqrt{3}\text{cm}^2$ c) 36cm^2 d) 18cm^2</p> 

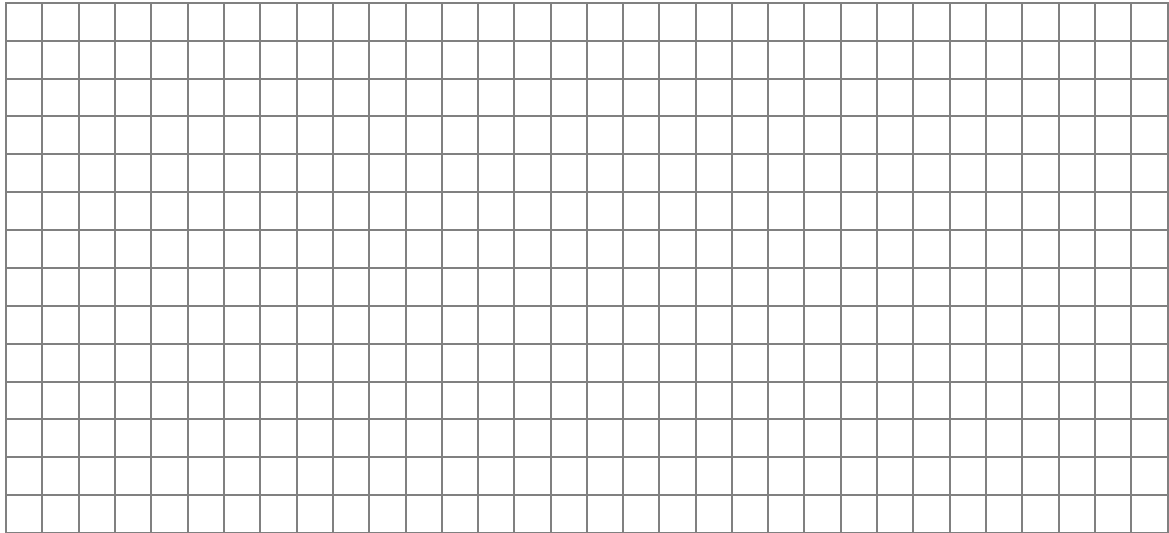
SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

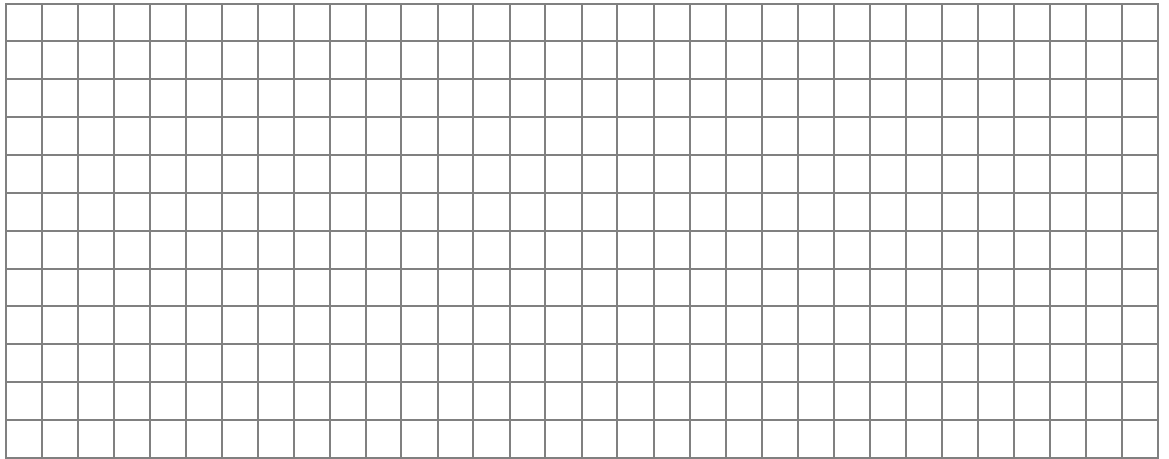
5p	<p>1. Dacă împărțim numărul \overline{abc}, scris în baza 10, la numărul \overline{ac} obținem câtul 6 și restul 5.</p> <p>(2p) a) Este posibil ca numărul \overline{ac} să fie egal cu 18? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 200px; width: 100%; margin: 5px 0;"></div> <p>(3p) b) Determină numerele \overline{abc}.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 250px; width: 100%; margin: 5px 0;"></div>
5p	<p>2. Se consideră expresia $E(x) = (5x+3)^2 - (3x+4)^2$, unde x este număr real.</p> <p>(2p) a) Arată că $E(x) = (2x-1)(8x+7)$, pentru orice număr real x.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 250px; width: 100%; margin: 5px 0;"></div>

(3p) b) Dacă numărul natural n **nu** este divizibil cu 3, atunci arată că $E(n)$ este divizibil cu 3.

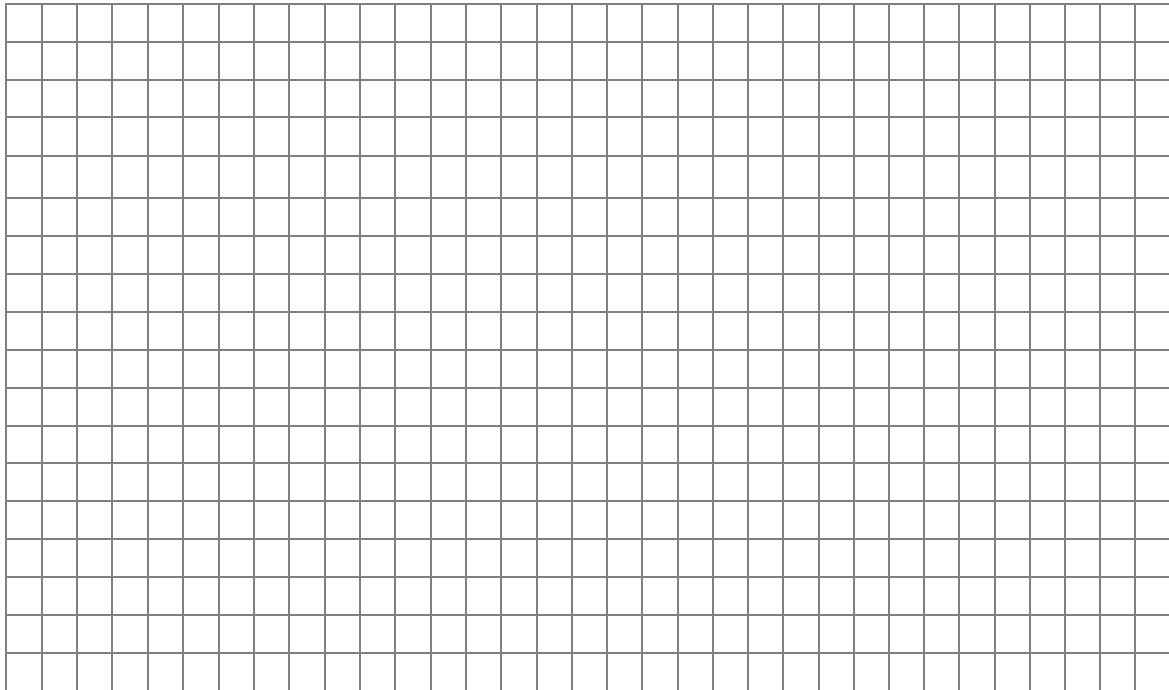


5p 3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 3$.

(2p) a) Arată că $f(\sqrt{5}) \cdot f(-\sqrt{5}) = 4$.



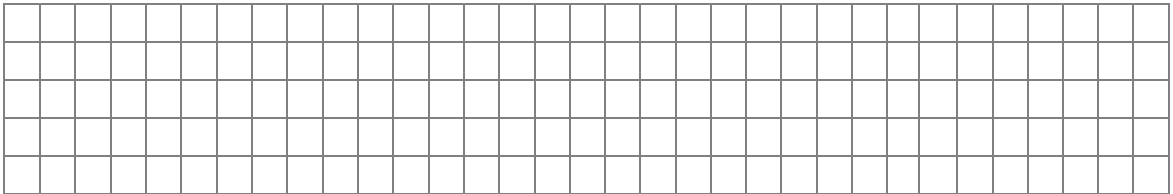
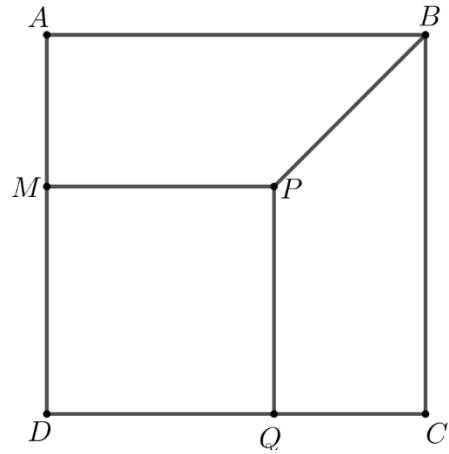
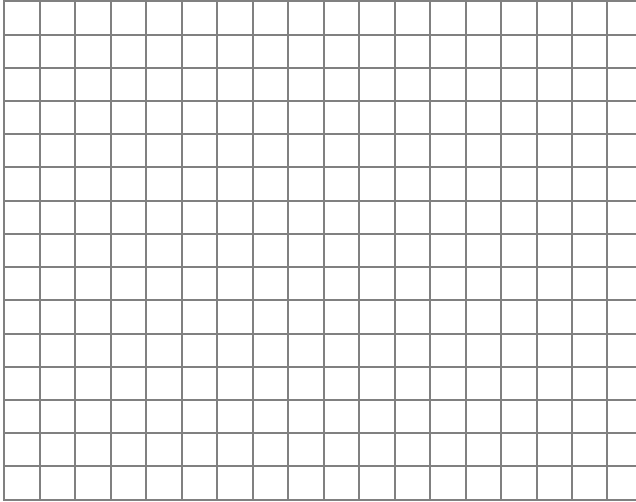
(3p) b) Arată că simetricul punctului $A(-3, -6)$ față de originea $O(0, 0)$ a sistemului de axe ortogonale xOy aparține reprezentării grafice a funcției f .



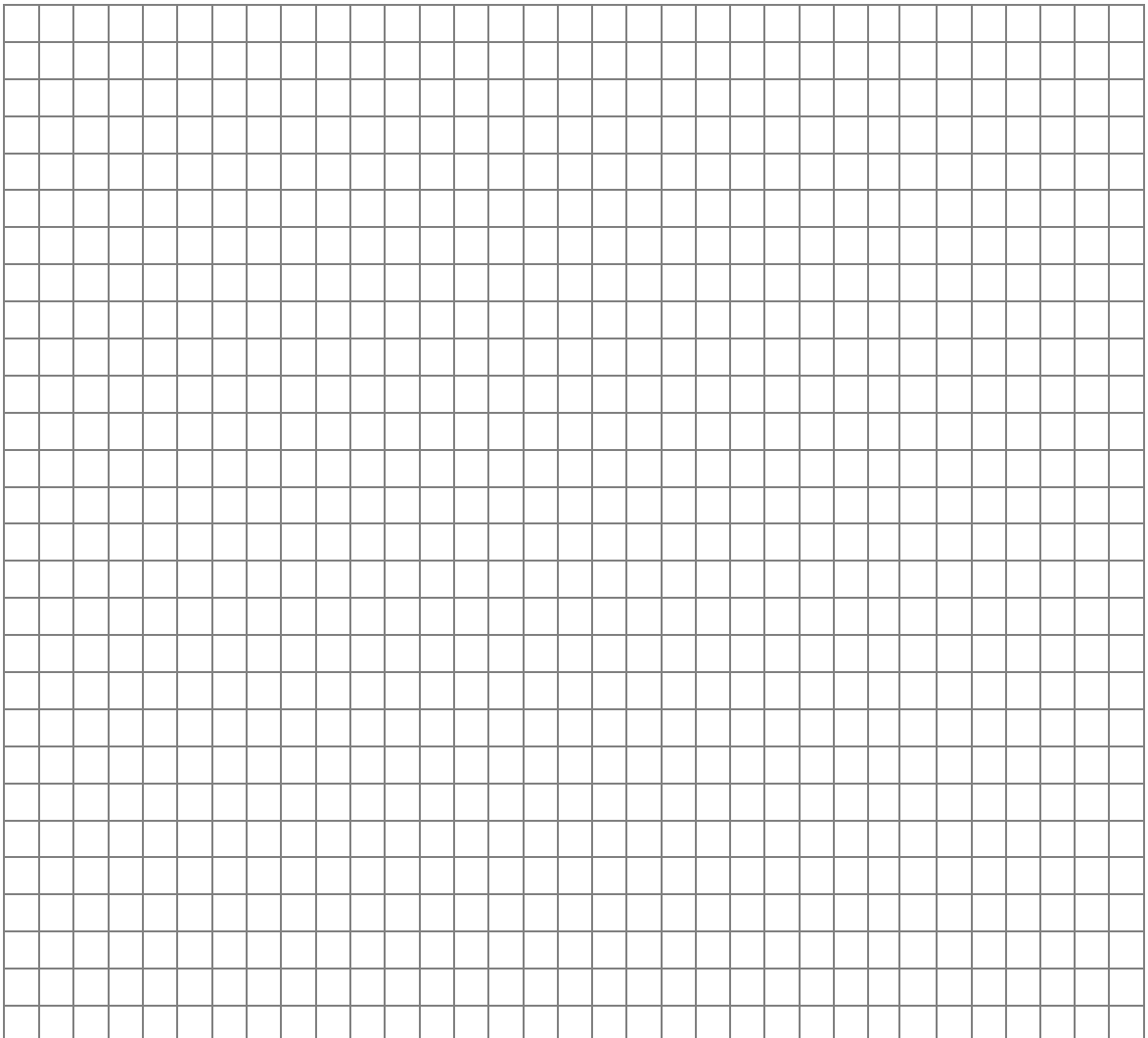
5p

4. În figura alăturată sunt reprezentate pătratele $ABCD$ și $MPQD$. Punctul Q se află pe latura CD și $AM = 2\text{ cm}$.

(2p) a) Arată că $PB = 2\sqrt{2}\text{ cm}$.



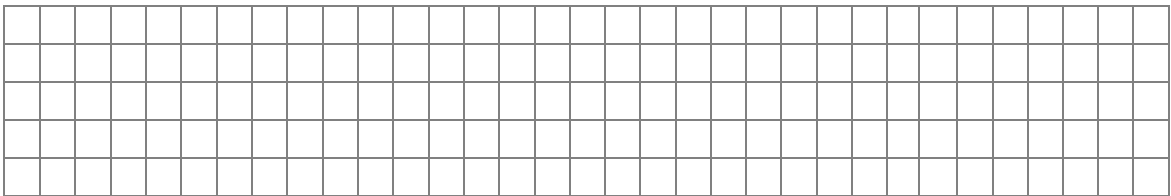
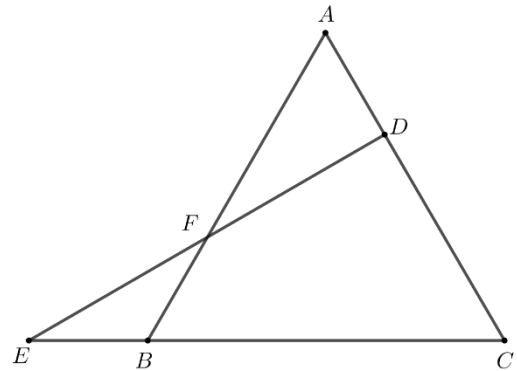
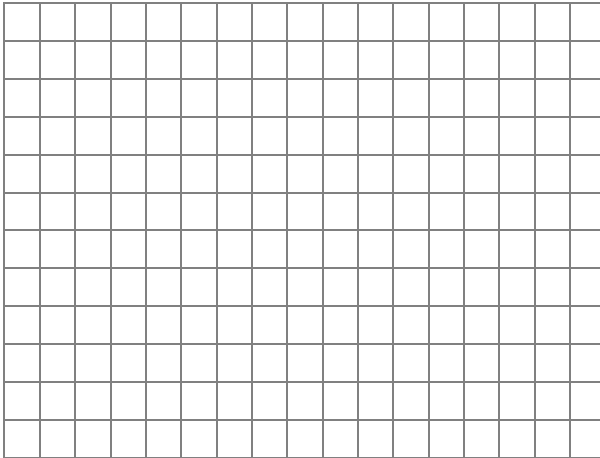
(3p) b) Demonstrează că dreptele AQ , CM și DP sunt concurente.



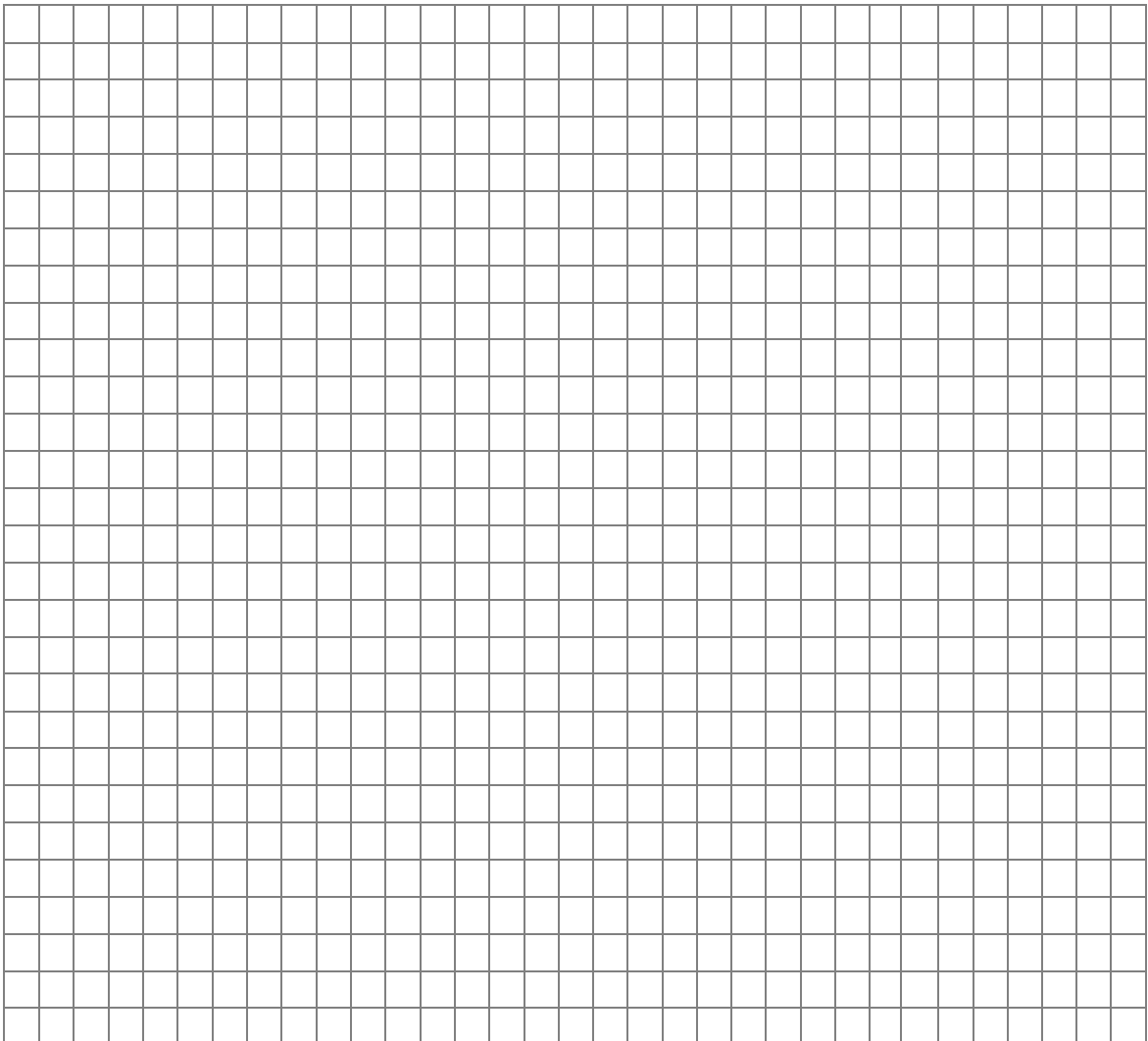
5p

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC . Punctul D se află pe latura AC astfel încât $AD = 2\text{cm}$ și $DC = 4\text{cm}$ iar punctul E se află pe dreapta BC astfel încât dreptele ED și AC sunt perpendiculare.

(2p) a) Arată că $EB = 2\text{cm}$.



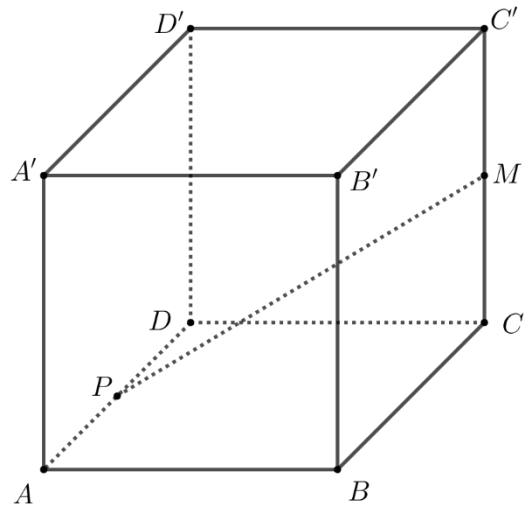
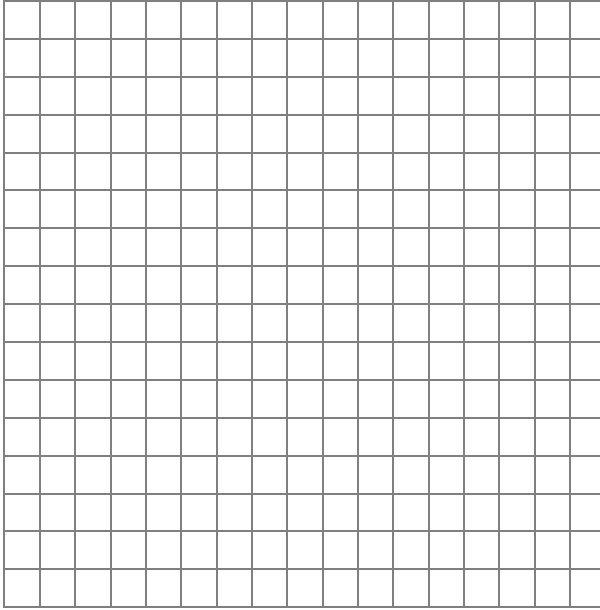
(3p) b) Calculează distanța de la punctul E la dreapta CF , unde $\{F\} = ED \cap AB$.



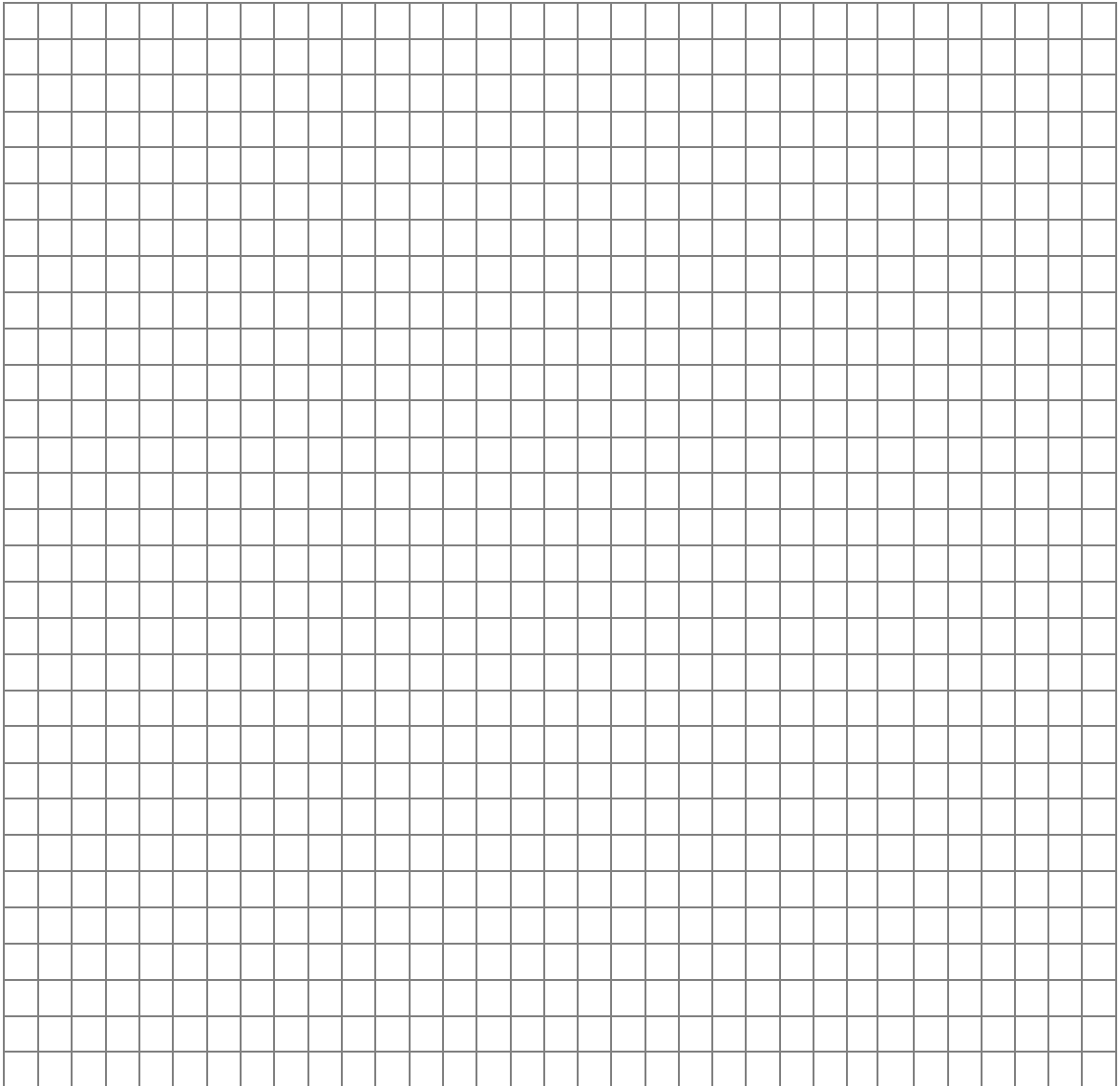
5p

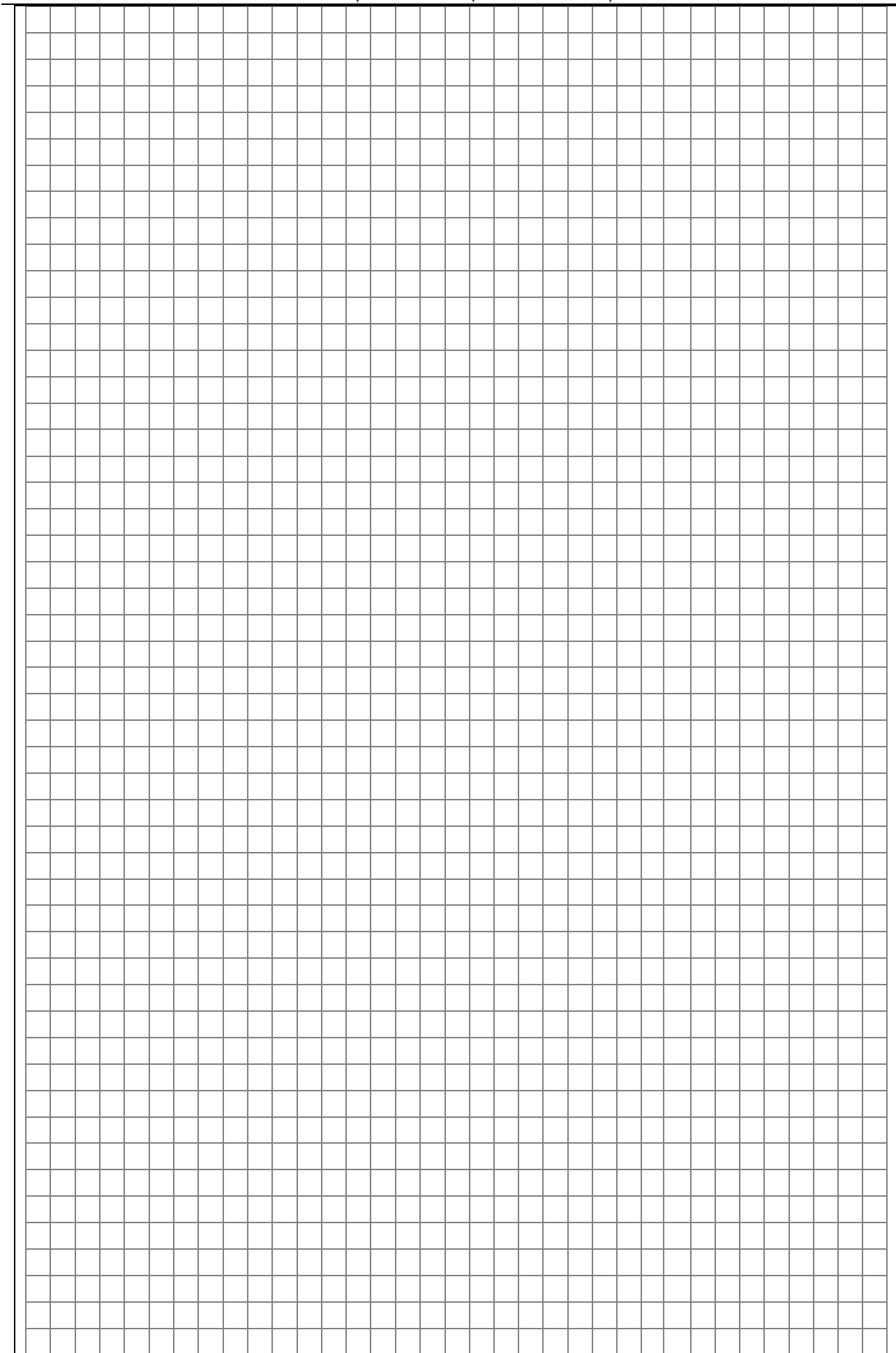
6. În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCA'D'B'C'D'$. Punctul M este mijlocul segmentului CC' , punctul P este mijlocul segmentului AD și $MP = 2\sqrt{6}$ cm.

(2p) a) Arată că $AB = 4$ cm.



(3p) b) Arată că sinusul unghiului dintre dreapta MP și planul (ABB') este egal cu $\frac{\sqrt{6}}{6}$.





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2021 - 2022
Matematică

Testul 5

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	a)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	b)	5p
3.	d)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\overline{ac} = 18 \Rightarrow c = 8$ și $\overline{abc} = 18 \cdot 6 + 5 = 113 \Rightarrow c = 3$	1p
	Cum $8 \neq 3$, deducem că nu este posibil ca numărul natural \overline{ac} să fie egal cu 18	1p
	b) $\overline{abc} = 6 \cdot \overline{ac} + 5$	1p
	$100a + 10b + c = 60a + 6c + 5$, de unde obținem $8a + 2b = c + 1$	1p
	$c + 1 \leq 10 \Rightarrow 8a + 2b \leq 10 \Rightarrow a = 1, b = 0, c = 7 \Rightarrow \overline{abc} = 107$ sau $a = 1, b = 1, c = 9 \Rightarrow \overline{abc} = 119$	1p
2.	a) $E(x) = (5x + 3 - 3x - 4)(5x + 3 + 3x + 4) =$ $= (2x - 1)(8x + 7)$, pentru orice număr real x	1p
	b) Dacă n nu este divizibil cu 3 $\Rightarrow n = 3k + 1$ sau $n = 3k + 2$, unde k este număr natural	1p
	Dacă $n = 3k + 1 \Rightarrow 8n + 7 = 24k + 15 = 3(8k + 5) : 3 \Rightarrow E(n) : 3$	1p
	Dacă $n = 3k + 2 \Rightarrow 2n - 1 = 6k + 3 = 3(2k + 1) : 3 \Rightarrow E(n) : 3$	1p
3.	a) $f(-\sqrt{5}) = -\sqrt{5} + 3$	1p
	$f(\sqrt{5}) = \sqrt{5} + 3 \Rightarrow f(\sqrt{5}) \cdot f(-\sqrt{5}) = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4$	1p

	<p>b) Simetricul punctului $A(-3,-6)$ față de originea $O(0,0)$ este punctul B, astfel încât punctul O este mijlocul segmentului AB</p> <p>Triunghiurile AOP și BOQ sunt congruente, unde punctele P și Q sunt proiecțiile punctelor A și, respectiv B pe axa $Ox \Rightarrow OQ = OP = 3$ cm și $BQ = AP = 6$ cm $\Rightarrow B(3,6)$</p> <p>$f(3) = 3 + 3 = 6 \Rightarrow B(3,6)$ aparține reprezentării grafice a funcției f</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
4.	<p>a) $ATPM$ și $TBCQ$ sunt dreptunghiuri, unde $QP \cap AB = \{T\} \Rightarrow TP = AM = 2$ cm și $TB = CQ = AM = 2$ cm</p> <p>Triunghiul BTP este dreptunghic în T, $BP = \sqrt{BT^2 + PT^2} = 2\sqrt{2}$ cm</p>	<p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>b) Fie $AQ \cap DP = \{S\}, CM \cap DP = \{V\}$</p> <p>$PQ \parallel AD \Rightarrow \Delta PSQ \sim \Delta DSA \Rightarrow \frac{PS}{SD} = \frac{PQ}{AD}, MP \parallel DC \Rightarrow \Delta MVP \sim \Delta CVD \Rightarrow \frac{PV}{VD} = \frac{MP}{DC}$</p> <p>$PQ = MP, AD = DC \Rightarrow \frac{PQ}{AD} = \frac{MP}{DC}$</p> <p>Obținem $\frac{PS}{SD} = \frac{PV}{VD} \Rightarrow S = V \Rightarrow$ dreptele AQ, CM și DP sunt concurente</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>a) $BC = AC = AD + DC = 6$ cm</p> <p>Triunghiul EDC este dreptunghic în $D, \sphericalangle E = 30^\circ \Rightarrow EC = 2 \cdot DC = 8$ cm $\Rightarrow EB = 2$ cm</p>	<p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>b) $\sphericalangle ADF = 90^\circ, \sphericalangle AFD = 30^\circ \Rightarrow AF = 2 \cdot AD = 4$ cm $\Rightarrow BF = 2$ cm</p> <p>$FQ \perp BC, Q \in BC \Rightarrow FQ = \sqrt{3}$ cm și $FC = 2\sqrt{7}$ cm</p> <p>$A_{EFC} = \frac{d(E, CF) \cdot CF}{2} = \frac{FQ \cdot EC}{2} \Rightarrow d(E, CF) = \frac{4\sqrt{21}}{7}$ cm</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
6.	<p>a) $DC = 2x \Rightarrow PD = x$</p> <p>Triunghiul PDC este dreptunghic în $D \Rightarrow PC^2 = PD^2 + DC^2 = 5x^2$</p> <p>Triunghiul MCP este dreptunghic în $C \Rightarrow MP^2 = MC^2 + CP^2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow AB = 2x = 4$ cm</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>b) $(ABB') \parallel (DCC') \Rightarrow \sphericalangle(MP, (ABB')) = \sphericalangle(MP, (DCC'))$</p> <p>$PD \perp DD', PD \perp DC, DD' \cap DC = \{D\}$, deci $PD \perp (DCC')$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>$\sin(\sphericalangle MP, (ABB')) = \sin(\sphericalangle MP, (DCC')) = \sin(\sphericalangle DMP) = \frac{DP}{MP} = \frac{2}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$</p>	<p>1p</p>