

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p 1. Calculați suma primilor patru termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ cu rația 2, știind că $a_3 + a_4 = 8$.
- 5p 2. Se consideră ecuația $x^2 + 3mx - m - 2 = 0$, cu rădăcinile x_1, x_2 , unde m este număr real. Determinați valoarea reală a lui m știind că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2x + \sqrt{16 + x^2} = 11$.
- 5p 4. Câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 0,1,2,3,4 și 5?
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(5,-7)$ și $C(-1,-5)$. Determinați ecuația liniei mijlocii în triunghiul ABC , care este paralelă cu latura BC .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu măsura unghiului C de 150° și latura $AB = 6$. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ m & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x - y + z = m \\ mx + y - 2z = 2m \end{cases}$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = 1$.
- 5p b) Pentru $m = 2$, rezolvați sistemul de ecuații.
- 5p c) Pentru $m = 3$, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului de ecuații, astfel încât $x_0 + y_0 z_0 = 4$ și x_0, y_0, z_0 sunt numere întregi.
2. Pe mulțimea \mathbf{R} se definește legea de compoziție asociativă „*”, $x * y = 2(x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice $x, y \in \mathbf{R}$.
- 5p a) Demonstrați că $x * y * z = 4(x - 3)(y - 3)(z - 3) + 3$, pentru orice $x, y, z \in \mathbf{R}$.
- 5p b) Arătați că $e = \frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p c) Determinați numerele reale x astfel încât $\underbrace{x * x * \dots * x}_{\text{de } 2023 \text{ ori } x} = 3$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - \frac{1}{x} - \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 0$.
- 5p b) Demonstrați că funcția are o singură asimptotă.
- 5p c) Demonstrați că $1 + x \ln x \geq x$, pentru orice număr real x strict pozitiv.

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = e^x(\sin x + \cos x)$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = e^x \sin x$.

5p

a) Verificați dacă funcția g este o primitivă a funcției f .

5p

b) Determinați primitiva funcției g a cărei reprezentare grafică conține punctul $O(0,0)$.

5p

c) Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.