

## SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

## MATEMATICĂ M-Științele-naturii, martie 2023

## SUBIECTUL I

- 5p** 1. Fie numărul complex  $z$  cu proprietatea  $(2+i)z=1-2i$ . Aflați modulul numărului complex  $z$ .
- 5p** 2. Fie funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 6 + 4x$ . Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $f(a) = g(1-a)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(1-2x) - \log_3(-2-x) = 1$ .
- 5p** 4. Aflați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele: 0,2,4,6,8.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,3)$ ,  $B(-4,2)$  și  $C(2,-6)$ . Scrieți ecuația dreptei ce trece prin  $C$  și este paralelă cu dreapta  $AB$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AC = 4\sqrt{2}$ ,  $BC = 2\sqrt{13}$  și măsura unghiului  $A$  egală cu  $45^\circ$ . Aflați lungimea laturii  $AB$ .

## SUBIECTUL al II-lea

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & a & -1 \\ -1 & a+1 & 2 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații
- $$\begin{cases} x+3y+z=a \\ 2x+ay-z=1 \\ -x+(a+1)y+2z=-2 \end{cases}, \text{ unde } a \text{ este număr real.}$$
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(2)) = 6$ .
- 5p** b) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui  $a$  pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p** c) Știind că sistemul admite soluția unică  $(x_0, y_0, z_0)$ , arătați că  $3x_0 - y_0 - 3z_0 = 3$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 3x + 3y - 3xy - 2$ .
- 5p** a) Demonstrați că  $x * y = 1 - 3(x-1)(y-1)$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Aflați numerele reale  $x$  pentru care  $x * x \leq x$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * x * x = \frac{2}{3}$ .

## SUBIECTUL al II-lea

1. Fie funcția  $f : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x^2 - x - 8}{x + 2}$ .

5p

a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$ ,  $x \in (-2, +\infty)$ .

5p

b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .

5p

c) Arătați că  $\frac{2x^2 - x - 8}{x + 2} + \frac{2x^2 + 3x - 7}{x + 3} \geq -10$ , pentru orice  $x \in (-2, +\infty)$ .

2 Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - e^x$ .

5p

a) Arătați că  $\int_1^3 (f(x) + e^x) dx = 4$ .

5p

b) Arătați că  $\int_{-1}^1 x(x - f(x)) dx = \frac{2}{e}$ .

5p

c) Se consideră funcția  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt{x - f(x)}$ . Determinați primitiva  $G$  a funcției  $g$ , al cărei grafic trece prin punctul  $A(1, 3\sqrt{e})$ .