

**Examenul național de bacalaureat 2023**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(1-0,2):2+0,3\cdot 2=1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcțiile  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=x^2-3x+2$  și  $g:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $g(x)=x+m$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$  pentru care  $f(2)=g(2)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $7^{x+3}=49^x$ .
- 5p** 4. După o ieftinire cu 30%, un produs costă 210 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,5)$  și  $B(2,-1)$ . Arătați că triunghiul  $OMB$  este dreptunghic în  $O$ , unde  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\sqrt{3}\sin 45^\circ+2\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cos 30^\circ=1$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(2))=8$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A(0)\cdot A(0)=A(x)$ .
- 5p** c) Arătați că, dacă  $x$  și  $y$  sunt numere reale distincte astfel încât  $\det(A(x))=\det(A(y))$ , atunci  $x+y=-1$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x*y=4xy-3x+2y-1$ .
- 5p** a) Arătați că  $1*2=8$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $x*(-1)=4$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $x*a=-x$ , pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f:(0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=2x-1+\frac{8}{x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x)=\frac{2(x^2-4)}{x^2}$ ,  $x\in(0,+\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x=2$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f(1-x)\geq f(1+x)$ , pentru orice  $x\in(0,1)$ .
2. Se consideră funcția  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=3x^2+4x+2$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^2(f(x)-4x)dx=12$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_0^1(f(x)-3x^2-2)e^x dx=4$ .
- 5p** c) Determinați  $a\in(0,+\infty)$  pentru care  $\int_{-1}^0 a\cdot f'(x)\cdot(f(x))^{a-1} dx=63$ .

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{tehnologic}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Simulare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$(1-0,2):2+0,3\cdot 2=0,8:2+0,6=$ $=0,4+0,6=1$	3p 2p
2.	$f(2)=0, g(2)=2+m$ $0=2+m$ , de unde obținem $m=-2$	3p 2p
3.	$7^{x+3}=7^{2x}$ , de unde obținem $x+3=2x$ $x=3$	3p 2p
4.	$x-\frac{30}{100}\cdot x=210$ , unde $x$ este prețul înainte de ieftinire $x=300$ de lei	3p 2p
5.	$M(1,2)$ , deci $OM=\sqrt{5}$ și $MB=\sqrt{10}$ $OB=\sqrt{5}$ , deci $MB^2=OB^2+OM^2$ , de unde obținem că triunghiul $OMB$ este dreptunghic în $O$	3p 2p
6.	$\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$ , $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$ , $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sqrt{3}\sin 45^\circ+2\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cos 30^\circ=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+1-\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=1$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.a)	$A(2)=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(2))=\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=4\cdot 1-(-2)\cdot 2=$ $=4+4=8$	3p 2p
b)	$A(0)=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\Rightarrow A(0)\cdot A(0)=\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $x=-2$	3p 2p
c)	$\det(A(x))=x^2+x+2$ , pentru orice număr real $x$ $x^2+x+2=y^2+y+2\Rightarrow(x-y)(x+y+1)=0$ și, cum $x$ și $y$ sunt numere reale distincte, obținem $x+y+1=0$ , deci $x+y=-1$	2p 3p
2.a)	$1*2=4\cdot 1\cdot 2-3\cdot 1+2\cdot 2-1=$ $=8-3+4-1=8$	3p 2p
b)	$x*(-1)=-7x-3$ , pentru orice număr real $x$ $-7x-3=4\Rightarrow-7x=7$ , de unde obținem $x=-1$	2p 3p

<b>c)</b>	$4ax - 3x + 2a - 1 = -x \Rightarrow 4ax - 2x + 2a - 1 = 0 \Rightarrow 2x(2a - 1) + 2a - 1 = 0$ , pentru orice număr real $x$	<b>3p</b>
	$a = \frac{1}{2}$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} =$	<b>3p</b>
	$= \frac{2x^2 - 8}{x^2} = \frac{2(x^2 - 4)}{x^2}$ , $x \in (0, +\infty)$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$f(2) = 7$ , $f'(2) = 0$	<b>2p</b>
	Ecuatia tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$ , adica $y = 7$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2$ ; $f'(x) \leq 0$ , pentru orice $x \in (0, 2] \Rightarrow f$ este descrescatoare pe $(0, 2]$	<b>2p</b>
	$0 < 1 - x < 1 + x < 2$ , pentru orice $x \in (0, 1)$ , de unde obtinem $f(1 - x) \geq f(1 + x)$ , pentru orice $x \in (0, 1)$	<b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^2 (f(x) - 4x) dx = \int_0^2 (3x^2 + 2) dx = (x^3 + 2x) \Big _0^2 =$	<b>3p</b>
	$= 2^3 + 2 \cdot 2 = 12$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 (f(x) - 3x^2 - 2) e^x dx = \int_0^1 4xe^x dx = 4(x - 1)e^x \Big _0^1 =$	<b>3p</b>
	$= 0 + 4 = 4$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_{-1}^0 a \cdot f'(x) \cdot (f(x))^{a-1} dx = (f(x))^a \Big _{-1}^0 = 2^a - 1$ , pentru orice $a \in (0, +\infty)$	<b>3p</b>
	$2^a - 1 = 63$ , de unde obtinem $a = 6$ , care convine	<b>2p</b>