Examenul de bacalaureat național 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională: profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)+2\sqrt{3}=4$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Determinați numărul real pozitiv a pentru care $f(a)$ este media geometrică a numerelor $f(0)$ și $f(4)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\cdot 3^{x+1}=18$.
5p	**4.** Prețul unui produs este 300 de lei. După o scumpire cu $p\%$ prețul produsului devine 360 de lei. Calculați p.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$, $B(1,1)$ și $C(3,m)$. Determinați numărul real m pentru care punctul C aparține dreptei AB.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, $AB=6$ și măsura unghiului C este egală cu 60^o. Arătați că $BC=4\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=\frac{1}{3}xy-x-y+6$.

5p	**1.** Arătați că $1\circ(-3)=7$.
5p	**2.** Arătați că $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația $\sqrt{x}\circ 6=1$.
5p	**4.** Determinați numerele naturale n pentru care $2\circ n<(2n)\circ 1+1$.
5p	**5.** Demonstrați că $x\circ y=\frac{1}{3}\cdot(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**6.** Calculați $\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\ldots\circ\sqrt{2023}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B(a)=\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este un număr real.

5p	**1.** Arătați că $A\cdot A=5I_2$.
5p	**2.** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(B(a)+A\right)=0$.
5p	**3.** Demonstrați că $B(q-1)$ este inversabilă pentru orice număr rațional q.
5p	**4.** Determinați numerele reale a pentru care $B(a)\cdot B(a)=B\left(\frac{5}{4}\right)$.
5p	**5.** Determinați numerele reale pozitive x pentru care $B(\log_2 x)-B(\log_4 x)=I_2$.
5p	**6.** Determinați matricea $X\in M_2(R)$ pentru care $X\cdot B(0)=A$.

0Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)=4-2\sqrt{3}$	**3p**
	$4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=4$	**2p**
2.	$f(a)=2a+1,\ f(0)=1,\ f(4)=9$	**3p**
	$f(a)=\sqrt{f(0)\cdot f(4)}\Rightarrow 2a+1=\sqrt{9}$, de unde obținem $a=1$	**2p**
3.	$3^{x+1}=3^2$, deci $x+1=2$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	$300+\frac{p}{100}\cdot 300=360$, deci $\frac{p}{100}\cdot 300=60$	**3p**
	$p=20$	**2p**
5.	Ecuația dreptei AB este $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}\Rightarrow x+2y-3=0$	**3p**
	Punctul $C(3,m)$ aparține dreptei AB $\Leftrightarrow 3+2m-3=0$, de unde obținem $m=0$	**2p**
6.	În triunghiul ABC dreptunghic în A, $\sin C=\frac{AB}{BC}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{6}{BC}$	**3p**
	$BC=4\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ(-3)=\frac{1}{3}\cdot 1\cdot(-3)-1+3+6=$	**3p**
	$=-1-1+3+6=7$	**2p**
2.	$x\circ 6=\frac{1}{3}\cdot x\cdot 6-x-6+6=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$6\circ x=\frac{1}{3}\cdot 6\cdot x-6-x+6=x$, pentru orice număr real x, deci $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
3.	$\sqrt{x}\circ 6=\sqrt{x}$, pentru orice număr real pozitiv x	**3p**
	$\sqrt{x}=1$, de unde obținem $x=1$, care convine	**2p**
4.	$\frac{2n}{3}-2-n+6<\frac{2n}{3}-2n-1+6+1$	**2p**
	$n<2$ și, cum n număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**3p**
5.	$x\circ y=\frac{1}{3}xy-\frac{1}{3}\cdot 3x-y+3+3=$	**2p**

	$=\frac{1}{3}x(y-3)-(y-3)+3=(y-3)\left(\frac{1}{3}x-1\right)+3=\frac{1}{3}(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
6.	$x\circ 3=3\circ x=3$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\left(\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\ldots\circ\sqrt{8}\right)\circ\sqrt{9}\circ\left(\sqrt{10}\circ\ldots\circ\sqrt{2023}\right)=3\circ\left(\sqrt{10}\circ\ldots\circ\sqrt{2023}\right)=3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+4 & -2+2\\ -2+2 & 4+1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}=5I_2$	**2p**
2.	$\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+1 & 3\\ 3 & a+1\end{pmatrix}$, $\det\left(B(a)+A\right)=(a+1)^2-9$	**3p**
	$(a+1)^2-9=0$, de unde obținem $a=-4$ sau $a=2$	**2p**
3.	$\det\left(B(q-1)\right)=\begin{vmatrix}q+1 & 1\\ 1 & q-1\end{vmatrix}=q^2-2$, pentru orice număr rațional q	**2p**
	$q^2-2=0\Rightarrow q=-\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$ sau $q=\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$, deci $B(q-1)$ este inversabilă pentru orice număr rațional q	**3p**
4.	$\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(a+2)^2+1 & 2+2a\\ 2+2a & 1+a^2\end{pmatrix}$, $B\left(\frac{5}{4}\right)=\begin{pmatrix}\frac{13}{4} & 1\\ 1 & \frac{5}{4}\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}(a+2)^2+1 & 2+2a\\ 2+2a & 1+a^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{13}{4} & 1\\ 1 & \frac{5}{4}\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=-\frac{1}{2}$	**2p**
5.	$B(\log_2 x)-B(\log_4 x)=\begin{pmatrix}\log_2 x-\log_4 x & 0\\ 0 & \log_2 x-\log_4 x\end{pmatrix}$, pentru orice număr real pozitiv x	**2p**
	$\log_2 x-\log_4 x=1\Rightarrow\log_2 x=2$, de unde obținem $x=4$ care convine	**3p**
6.	$X\cdot B(0)=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+b & a\\ 2c+d & c\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}2a+b & a\\ 2c+d & c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=2$, $b=-5$, $c=1$ și $d=0$, deci $X=\begin{pmatrix}2 & -5\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**