

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{50} - 5(\sqrt{2} - 1) = 5$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + a$, unde a este număr real. Arătați că $f(1) = f(2)$, pentru orice număr real a .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+2) = \log_3(4-x)$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, a)$, $B(1, 0)$ și $C(5, 2)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul A este mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Arătați că $\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ + \cos 60^\circ = 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3(4 - x - y) + xy$.
- 5p** 1. Arătați că $3 * 0 = 3$.
- 5p** 2. Demonstrați că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Arătați că $e = 4$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** 4. Arătați că $\frac{7}{3}$ este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x * 3^x = 3$.
- 5p** 6. Calculați $3 * 4 * 5 * \dots * 2023$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** 1. Arătați că $\det(B(0)) = -1$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A = 5I_2$.
- 5p** 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(B(a) + A) = 0$.
- 5p** 4. Determinați numărul real a pentru care $B(a) \cdot B(-2) = B(0) - I_2$.
- 5p** 5. Demonstrați că matricea $B(a-1)$ este inversabilă, pentru orice număr rațional a .
- 5p** 6. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $X \cdot B(0) = A$.

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, $5(\sqrt{2} - 1) = 5\sqrt{2} - 5$ $5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 5 = 5$	3p 2p
2.	$f(1) = a - 2$, pentru orice număr real a $f(2) = a - 2$, deci $f(1) = f(2)$, pentru orice număr real a	2p 3p
3.	$x + 2 = 4 - x$ $x = 1$, care convine	2p 3p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele care au produsul cifrelor egal cu 8 sunt: 18, 24, 42 și 81, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{4}{90} = \frac{2}{45}$	2p 3p
5.	$a = \frac{0+2}{2}$ $a = 1$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$3 * 0 = 3(4 - 3 - 0) + 3 \cdot 0 =$ $= 3 \cdot 1 + 0 = 3$	3p 2p
2.	$x * y = xy - 3x - 3y + 9 + 3 =$ $= x(y - 3) - 3(y - 3) + 3 = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
3.	$x * 4 = (x - 3)(4 - 3) + 3 = x$, pentru orice număr real x $4 * x = (4 - 3)(x - 3) + 3 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 4$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	2p 3p
4.	$\frac{7}{3} * \frac{3}{2} = \left(\frac{7}{3} - 3\right)\left(\frac{3}{2} - 3\right) + 3 = 4$ $\frac{3}{2} * \frac{7}{3} = \left(\frac{3}{2} - 3\right)\left(\frac{7}{3} - 3\right) + 3 = 4$, deci $\frac{7}{3}$ este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziție „*”	2p 3p
5.	$9^x * 3^x = (9^x - 3)\left(3^x - 3\right) + 3$, pentru orice număr real x $(3^{2x} - 3)\left(3^x - 3\right) = 0$, de unde obținem $x = \frac{1}{2}$ sau $x = 1$	2p 3p
6.	$3 * x = 3$, pentru orice număr real x $3 * 4 * 5 * \dots * 2023 = 3 * (4 * 5 * \dots * 2023) = 3$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det(B(0)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 0 - 1 \cdot 1 =$ $= 0 - 1 = -1$	3p 2p
2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1+4 & -2+2 \\ -2+2 & 4+1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = 5I_2$	3p 2p
3.	$\det(B(a) + A) = \begin{vmatrix} a+1 & 3 \\ 3 & a+1 \end{vmatrix} = (a+1)^2 - 3^2$ $a = 2 \text{ sau } a = -4$	3p 2p
4.	$B(a) \cdot B(-2) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1-2a \end{pmatrix}, \text{ pentru orice număr real } a$ <p>Cum $B(0) - I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, obținem $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1-2a \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = 1$</p>	2p 3p
5.	$\det(B(a-1)) = \begin{vmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{vmatrix} = a^2 - 2, \text{ pentru orice număr real } a$ <p>Cum a este număr rațional, obținem $a^2 - 2 \neq 0$, deci matricea $B(a-1)$ este inversabilă</p>	2p 3p
6.	<p>Inversa matricei $B(0)$ este matricea $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$</p> $X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	2p 3p