Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 = 6$ și $a_2 = 8$. Calculați a_3.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-9$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m,3)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x = 2^{3x-2}$.

5p **4.** La o competiție sportivă 40% dintre concurenți sunt fete. Determinați numărul total de concurenți, știind că la competiție au participat 80 de fete.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(1,3)$ și $C(a,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care segmentele AB și OC au același mijloc.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 8\sqrt{3}$ și $BC = 16$. Demonstrați că triunghiul AMC este echilateral, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y = 3(xy-2x-2y)+14$.

5p **1.** Arătați că $3\circ 3 = 1\circ 1$.

5p **2.** Demonstrați că $x\circ 2 = 2$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Arătați că $e=\frac{7}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x = 5$.

5p **5.** Arătați că $x\circ y \geq 2$, pentru orice numere reale $x\geq 2$ și $y\geq 2$.

5p **6.** Demonstrați că, dacă m și n sunt numere naturale nenule și $m\circ n = 8$, atunci $m+n=7$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}3&6\\-1&-2\end{pmatrix}$ și $X(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A = 0$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A = A$.

5p **3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(X(a)\right)=2a^2$.

5p **4.** Demonstrați că $A\cdot X(a)=(a+1)A$, pentru orice număr real a.

5p **5.** Demonstrați că $X(m)\cdot X(n)=X(m+n+mn)$, pentru orice numere reale m și n.

5p **6.** Demonstrați că, dacă a și b sunt numere reale distincte pentru care $X(a)\cdot X(a)=X(b)\cdot X(b)$, atunci $a+b+2=0$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$r = a_2 - a_1 = 2$ $a_3 = 10$	**2p** **3p**
2.	$f(m) = 3 \Leftrightarrow 4m - 9 = 3$ $m = 3$	**3p** **2p**
3.	$2^{2x} = 2^{3x-2} \Rightarrow 2x = 3x - 2$ $x = 2$	**3p** **2p**
4.	$\frac{40}{100} \cdot x = 80$, unde x este numărul total de concurenți $x = 200$ de concurenți	**3p** **2p**
5.	$M(2,2)$ este mijlocul segmentului AB M este mijlocul segmentului $OC \Rightarrow \frac{0+a}{2} = 2$, de unde obținem $a = 4$	**2p** **3p**
6.	$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 8$ $CM = 8$, $AM = 8$, deci triunghiul AMC este echilateral	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$3 \circ 3 = 3(3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 3) + 14 = 5$ $1 \circ 1 = 3(1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1) + 14 = 5 \Rightarrow 3 \circ 3 = 1 \circ 1$	**2p** **3p**
2.	$x \circ 2 = 3(x \cdot 2 - 2 \cdot x - 2 \cdot 2) + 14 =$ $= -12 + 14 = 2$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**
3.	$x \circ \frac{7}{3} = 3\left(x \cdot \frac{7}{3} - 2x - 2 \cdot \frac{7}{3}\right) + 14 = 7x - 6x - 14 + 14 = x$, pentru orice număr real x $\frac{7}{3} \circ x = 3\left(\frac{7}{3} \cdot x - 2 \cdot \frac{7}{3} - 2x\right) + 14 = 7x - 14 - 6x + 14 = x$, pentru orice număr real x, deci $e = \frac{7}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**2p** **3p**
4.	$x \circ x = 3x^2 - 12x + 14$, pentru orice număr real x $3x^2 - 12x + 14 = 5$, deci $x^2 - 4x + 3 = 0$, de unde obținem $x = 1$ sau $x = 3$	**2p** **3p**
5.	$x \geq 2$ și $y \geq 2 \Rightarrow x - 2 \geq 0$ și $y - 2 \geq 0$, deci $(x-2)(y-2) \geq 0$ $x \circ y = 3(x-2)(y-2) + 2 \Rightarrow x \circ y \geq 2$, pentru orice numere reale $x \geq 2$ și $y \geq 2$	**2p** **3p**
6.	$m \circ n = 8 \Leftrightarrow 3(m-2)(n-2) + 2 = 8$ $(m-2)(n-2) = 2$ și, cum m și n sunt numere naturale nenule, obținem $m = 4$ și $n = 3$ sau $m = 3$ și $n = 4$, deci $m + n = 7$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}3 & 6\\ -1 & -2\end{vmatrix}=3\cdot(-2)-6\cdot(-1)=$	**3p**
	$=-6+6=0$	**2p**
2.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}3\cdot 3+6\cdot(-1) & 3\cdot 6+6\cdot(-2)\\ -1\cdot 3+(-2)\cdot(-1) & -1\cdot 6+(-2)\cdot(-2)\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}3 & 6\\ -1 & -2\end{pmatrix}=A$	**2p**
3.	$X(a)=\begin{pmatrix}1+3a & 6a\\ -a & 1-2a\end{pmatrix}\Rightarrow \det(X(a))=1+a$	**3p**
	$1+a=2a^2$, de unde obținem $a=-\frac{1}{2}$ sau $a=1$	**2p**
4.	$A\cdot X(a)=A\cdot(I_2+aA)=A\cdot I_2+a\cdot A\cdot A=A+aA=$	**3p**
	$=(a+1)A$, pentru orice număr real a	**2p**
5.	$X(m)\cdot X(n)=(I_2+mA)(I_2+nA)=I_2+mA+nA+mnA=$	**3p**
	$=I_2+(m+n+mn)A=X(m+n+mn)$, pentru orice numere reale m și n	**2p**
6.	$X(2a+a^2)=X(2b+b^2)\Leftrightarrow 2a+a^2=2b+b^2$	**2p**
	$(a-b)(a+b+2)=0$ și, cum a și b sunt numere reale distincte, obținem $a+b+2=0$	**3p**