Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)-2\sqrt{3}+4=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=5x-4$. Determinați numărul real a pentru care $f\left(a\right)=a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+4x+5}=1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, numărul n^2 să aparțină mulțimii A.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A\left(3,4\right)$ și $B\left(7,-4\right)$. Arătați că $OA=OM$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=8$, $AC=3$ și punctul M mijlocul segmentului AB. Arătați că perimetrul triunghiului AMC este egal cu 12.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy-5\left(x+y\right)+15$.

5p **1.** Arătați că $2\circ 2=3$.

5p **2.** Arătați că $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **3.** Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x\circ 4\le 1$.

5p **4.** Arătați că $x\circ y=2\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(y-\frac{5}{2}\right)+\frac{5}{2}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.

5p **6.** Determinați numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}$ este număr natural.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A\left(a\right)=\begin{pmatrix}1 & a-1\\ 0 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det\left(A\left(2\right)\right)=2$.

5p **2.** Arătați că $2A\left(3\right)-A\left(5\right)=I_2$.

5p **3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A\left(a+1\right)\right)=2a^2$.

5p **4.** Arătați că $A\left(a\right)\cdot A\left(b\right)=A\left(ab\right)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **5.** Determinați inversa matricei $B=A\left(2\right)\cdot A\left(3\right)$.

5p **6.** Determinați perechile $\left(a,b\right)$ de numere naturale pentru care $\det\left(bA\left(a\right)\right)=4$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{3}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)-2\sqrt{3}+4=2\sqrt{3}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4=$	**2p**
	$=-3+4=1$	**3p**
2.	$f(a)=5a-4$, pentru orice număr real a	**2p**
	$5a-4=a$, de unde obținem $a=1$	**3p**
3.	$x^2+4x+5=1$, de unde obținem $x^2+4x+4=0$	**3p**
	$x=-2$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	Numerele n, din mulțimea A, pentru care numărul n^2 aparține mulțimii A sunt 0, 1, 2 și 3, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$	**3p**
5.	Punctul $M\left(5,0\right)$ este mijlocul segmentului AB, de unde obținem $OM=5$	**3p**
	$OA=\sqrt{3^2+4^2}=5$, deci $OA=OM$	**2p**
6.	$AM=4$	**2p**
	$MC=\sqrt{AM^2+AC^2}=5$, deci $P_{\Delta AMC}=AM+AC+MC=12$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2\circ 2=2\cdot 2\cdot 2-5\left(2+2\right)+15=$	**3p**
	$=8-20+15=3$	**2p**
2.	$x\circ 3=2\cdot x\cdot 3-5\left(x+3\right)+15=6x-5x-15+15=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3\circ x=2\cdot 3\cdot x-5\left(3+x\right)+15=6x-15-5x+15=x$, pentru orice număr real x, deci $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
3.	$x\circ 4=3x-5$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3x-5\le 1$, de unde obținem $x\le 2$, deci $x\in\left(-\infty,2\right]$	**3p**
4.	$x\circ y=2xy-5x-5y+\frac{25}{2}+\frac{5}{2}=2x\left(y-\frac{5}{2}\right)-5\left(y-\frac{5}{2}\right)+\frac{5}{2}=$	**3p**
	$=2\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(y-\frac{5}{2}\right)+\frac{5}{2}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
5.	$x\circ x=2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5}{2}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5}{2}=x$, de unde obținem $2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\left(x-\frac{5}{2}\right)=0$, deci $x=\frac{5}{2}$ sau $x=3$	**3p**

6.	$n\circ\frac{1}{n}=17-5n-\frac{5}{n}$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	Cum $n\circ\frac{1}{n}$ și n sunt numere naturale, obținem $n=1$, care convine și $n=5$, care nu convine	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(2)=\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(2)\right)=\begin{vmatrix}1&1\\0&2\end{vmatrix}=1\cdot2-0\cdot1=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
2.	$2A(3)-A(5)=\begin{pmatrix}2&4\\0&6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&4\\0&5\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
3.	$\det\left(A(a+1)\right)=a+1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a+1=2a^2$, de unde obținem $a=-\frac{1}{2}$ sau $a=1$	**2p**
4.	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1&a-1\\0&a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&b-1\\0&b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&b-1+(a-1)b\\0&ab\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&ab-1\\0&ab\end{pmatrix}=A(ab)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
5.	$B=A(2)\cdot A(3)=A(6)$	**2p**
	$A(6)\cdot A\left(\frac{1}{6}\right)=A\left(\frac{1}{6}\right)\cdot A(6)=A(1)=I_2$, de unde obținem că inversa matricei B este matricea $A\left(\frac{1}{6}\right)=\begin{pmatrix}1&-\frac{5}{6}\\0&\frac{1}{6}\end{pmatrix}$	**3p**
6.	$\det\left(bA(a)\right)=ab^2$, pentru orice numere naturale a și b	**2p**
	$ab^2=4$ și, cum a și b sunt numere naturale, obținem perechile $(1,2)$ și $(4,1)$	**3p**