

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 9

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $n = |1 - \sqrt{2}| + |2 - \sqrt{2}|$ este natural.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 11 - x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1 - 11x$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x) \geq g(x)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma folosind doar cifre impare.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3, 3)$, $B(1, 3)$ și $C(1, 5)$. Calculați aria triunghiului ABC .
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris $\triangle ABC$, știind că $BC = 4$, $B = \frac{\pi}{3}$ și $C = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x-2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{x-2} \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x)A(y) = A(x+y-2)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale m pentru care $A(1)A(2)A(3) \cdot \dots \cdot A(10) = A(m^2 + m + 17)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + 5X + a$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(1) - f(-1) = 12$.
- 5p b) Determinați numărul real a , știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X - 2$.
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că toate rădăcinile polinomului f sunt numere întregi.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f , în care tangenta la graficul funcției f este perpendiculară pe axa Oy .
- 5p c) Demonstrați că $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - x^2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^3 f(x) dx = 9$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^2 \frac{2-x}{f(x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$.
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_0^4 f^n(x) dx$. Demonstrați că $I_{n+1} \leq 4I_n$, pentru orice număr natural nenul n .