Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $2\sqrt{3}-\sqrt{20}+\sqrt{45}-\sqrt{5}+\sqrt{4}-\sqrt{12}=2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+7$. Calculați $f(a)$, unde $a=f(3)-f(1)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2+4x+1}=x+1$.
5p	**4.** După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un obiect costă 100 de lei. Calculați prețul inițial al obiectului.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-2,-2)$, $N(-2,0)$ și $P(0,-4)$. Determinați lungimea medianei din vârful M al triunghiului MNP.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $BC=10$ și $m(\sphericalangle B)=30^\circ$. Calculaţi lungimea laturii AB.

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-2x-2y+3$.
5p	**1.** Arătați că $2*2=3$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=2(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $e=\frac{3}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Verificați dacă $\frac{5}{4}$ este simetricul lui 2 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $(x+1)*(x-1)=1$.
5p	**6.** Determinați numerele naturale nenule n pentru care $n*(n+1)\le 5$.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -3 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & -1\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det A=10$.
5p	**2.** Arătaţi că $B\cdot B=6B-3I_2$.
5p	**3.** Determinați numerele reale x și y pentru care $xA+yB=\begin{pmatrix}7 & 7\\ -8 & -3\end{pmatrix}$.
5p	**4.** Determinaţi inversa matricei B.
5p	**5.** Arătați că matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, care verifică egalitatea $A+X=B$, este inversabilă.
5p	**6.** Demonstrați că $\det(A+aI_2)>0$, pentru orice număr real a.

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2\sqrt{3}-\sqrt{20}+\sqrt{45}-\sqrt{5}+\sqrt{4}-\sqrt{12}=2\sqrt{3}-2\sqrt{5}+3\sqrt{5}-\sqrt{5}+2-2\sqrt{3}=$	**3p**
	$=\left(2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\right)+\left(-2\sqrt{5}+3\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)+2=2$	**2p**
2.	$f(3)=10$, $f(1)=8\Rightarrow a=f(3)-f(1)=2$	**3p**
	$f(a)=f(2)=9$	**2p**
3.	$2x^2+4x+1=x^2+2x+1\Rightarrow x^2+2x=0$	**2p**
	$x=-2$, care nu convine sau $x=0$, care convine	**3p**
4.	Prețul după prima ieftinire este $x-\frac{50}{100}\cdot x=\frac{x}{2}$, unde x este prețul inițial al obiectului	**2p**
	Prețul după a doua ieftinire este $\frac{x}{2}-\frac{50}{100}\cdot\frac{x}{2}=\frac{x}{4}$, deci $\frac{x}{4}=100\Rightarrow x=400$ de lei	**3p**
5.	Mijlocul segmentului NP este punctul $Q(-1,-2)$	**3p**
	$MQ=1$	**2p**
6.	$\cos B=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AB}{10}$	**3p**
	$AB=5\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2*2=2\cdot2\cdot2-2\cdot2-2\cdot2+3=$	**3p**
	$=8-4-4+3=3$	**2p**
2.	$x*y=2xy-2x-2y+2+1=$	**2p**
	$=2x(y-1)-2(y-1)+1=2(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*\frac{3}{2}=2(x-1)\left(\frac{3}{2}-1\right)+1=x-1+1=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{3}{2}*x=2\left(\frac{3}{2}-1\right)(x-1)+1=x-1+1=x=x*\frac{3}{2}$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{3}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$2*\frac{5}{4}=2(2-1)\left(\frac{5}{4}-1\right)+1=2\cdot\frac{1}{4}+1=\frac{3}{2}$	**2p**
	$\frac{5}{4}*2=2\left(\frac{5}{4}-1\right)(2-1)+1=2\cdot\frac{1}{4}+1=\frac{3}{2}$, deci $\frac{5}{4}$ este simetricul lui 2 în raport cu legea de compoziţie „$*$”	**3p**
5.	$2(x+1-1)(x-1-1)+1=1\Leftrightarrow x(x-2)=0$	**3p**
	$x=0$ sau $x=2$	**2p**
6.	$2(n-1)(n+1-1)+1\le5\Leftrightarrow(n-1)n\le2$	**2p**
	Cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 4\\ -3 & -2\end{vmatrix}=1\cdot(-2)-(-3)\cdot 4=$	**3p**
	$=-2+12=10$	**2p**
2.	$B\cdot B=\begin{pmatrix}27 & -6\\ -12 & 3\end{pmatrix}$	**2p**
	$6B-3I_2=\begin{pmatrix}30 & -6\\ -12 & 6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}27 & -6\\ -12 & 3\end{pmatrix}=B\cdot B$	**3p**
3.	$xA+yB=\begin{pmatrix}x & 4x\\ -3x & -2x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5y & -y\\ -2y & y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+5y & 4x-y\\ -3x-2y & -2x+y\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}x+5y & 4x-y\\ -3x-2y & -2x+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 7\\ -8 & -3\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$ și $y=1$	**3p**
4.	$\det B=3$	**2p**
	$B^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\ \frac{2}{3} & \frac{5}{3}\end{pmatrix}$	**3p**
5.	$X=B-A\Rightarrow X=\begin{pmatrix}4 & -5\\ 1 & 3\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det X=\begin{vmatrix}4 & -5\\ 1 & 3\end{vmatrix}=17\neq 0$, deci matricea X este inversabilă	**3p**
6.	$A+aI_2=\begin{pmatrix}1+a & 4\\ -3 & a-2\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A+aI_2\right)=a^2-a+10=$	**2p**
	$=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{39}{4}>0$, pentru orice număr real a	**3p**