

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că numărul $(\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}+1)^2$ este întreg.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2m-1)x - 5$, unde m este număr real. Determinați numerele reale m , știind că $|f(1)| = 4$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x+3} = 3x+2$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităților.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,1)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a astfel încât $AC \perp OB$.
- 5p** 6. Determinați măsura unghiului A al triunghiului ABC , știind că $BC = 6\sqrt{2}$, $AC = 12$ și $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = (x-2)(y-2) + 2$.

- 5p** 1. Calculați $\sqrt{2} * \sqrt{4}$.
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Verificați dacă $e = 3$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $2^x * 4^x = 2$.
- 5p** 5. Determinați valorile reale x pentru care $x * (x+1) \leq 8$.
- 5p** 6. Calculați $1 * \sqrt{2} * \sqrt{3} * \dots * \sqrt{10}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = M + 2aI_2$, unde a este număr real.

- 5p** 1. Calculați $\det M$.
- 5p** 2. Determinați numerele reale a , știind că $\det(A(a)) = 7$.
- 5p** 3. Arătați că $M \cdot A(a) = A(a) \cdot M$, pentru orice număr real a .
- 5p** 4. Determinați inversa matricei $A(-1)$.
- 5p** 5. Determinați numărul real a , $a > 0$, pentru care suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este egală cu 37.
- 5p** 6. Demonstrați că, pentru orice număr întreg m , numărul $\det(A(m))$ este natural impar.

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}+1)=5-2\sqrt{2}$ $(\sqrt{2}+1)^2=3+2\sqrt{2}$, deci $(\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}+1)^2=5-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}=8\in\mathbb{Z}$	2p 3p
2.	$f(1)=2m-6$, deci $2m-6=-4$ sau $2m-6=4$ $m=1$ sau $m=5$	3p 2p
3.	$2x+3=(3x+2)^2\Rightarrow 9x^2+10x+1=0$ $x=-1$ care nu convine, $x=-\frac{1}{9}$ care convine	3p 2p
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile Sunt 36 de numere naturale de două cifre care au cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităților, deci sunt 36 de cazuri favorabile $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{5}$	1p 2p 2p
5.	$m_{AC}=-a+1$, $m_{OB}=\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}(-a+1)=-1\Leftrightarrow a=3$	2p 3p
6.	$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Rightarrow\frac{6\sqrt{2}}{\sin A}=\frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow\sin A=\frac{1}{2}$ $m(\sphericalangle A)=30^\circ$, care convine, sau $m(\sphericalangle A)=150^\circ$, care nu convine, deoarece $m(\sphericalangle B)=45^\circ$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{2}*\sqrt{4}=(\sqrt{2}-2)(\sqrt{4}-2)+2=$ $=(\sqrt{2}-2)(2-2)+2=2$	3p 2p
2.	$x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y $y*x=(y-2)(x-2)+2=(x-2)(y-2)+2=x*y$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „*” este comutativă	2p 3p
3.	$x*3=(x-2)(3-2)+2=x-2+2=x$, pentru orice număr real x $3*x=(3-2)(x-2)+2=x-2+2=x$, pentru orice număr real x , deci $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	2p 3p
4.	$(2^x-2)(4^x-2)+2=2\Leftrightarrow 2^x-2=0$ sau $4^x-2=0$ $x=1$ sau $x=\frac{1}{2}$	3p 2p

5.	$(x-2)(x+1-2)+2 \leq 8 \Leftrightarrow x^2-3x-4 \leq 0$	3p
	$x \in [-1, 4]$	2p
6.	$x * 2 = 2$ și $2 * y = 2$, pentru orice numere reale x și y	2p
	$1 * \sqrt{2} * \sqrt{3} * \dots * \sqrt{10} = ((1 * \sqrt{2} * \sqrt{3}) * \sqrt{4}) * (\sqrt{5} * \sqrt{6} * \dots * \sqrt{10}) = 2 * (\sqrt{5} * \sqrt{6} * \dots * \sqrt{10}) = 2$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det M = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot (-1) =$	3p
	$= 6 + 1 = 7$	2p
2.	$A(a) = \begin{pmatrix} 2+2a & 1 \\ -1 & 3+2a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a)) = \begin{vmatrix} 2+2a & 1 \\ -1 & 3+2a \end{vmatrix} = 4a^2 + 10a + 7$	3p
	$4a^2 + 10a + 7 = 7 \Leftrightarrow a = -\frac{5}{2}$ sau $a = 0$	2p
3.	$M \cdot A(a) = M \cdot (M + 2aI_2) = M \cdot M + 2aM$, pentru orice număr real a	2p
	$A(a) \cdot M = (M + 2aI_2) \cdot M = M \cdot M + 2aM = M \cdot A(a)$, pentru orice număr real a	3p
4.	$A(-1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $\det(A(-1)) = 1 \neq 0$	2p
	$(A(-1))^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	3p
5.	Suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este $5 + 4\log_2 a$	2p
	$5 + 4\log_2 a = 37 \Leftrightarrow \log_2 a = 8$, deci $a = 256$	3p
6.	Pentru orice număr întreg m , numărul $\det(A(m)) = 4m^2 + 10m + 7$ este întreg și, cum $4m^2 + 10m + 7 > 0$, obținem că numărul $\det(A(m))$ este natural	2p
	Cum $4m^2$ și $10m$ sunt numere pare, obținem că numărul $\det(A(m))$ este natural impar	3p