

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)

SESIUNEA VARĂ

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice cu termeni pozitivi $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 2$ și $b_3 = 8$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(m, 2m)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 6$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 5$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 10%, urmată de o scumpire cu 10 lei, prețul unui obiect este 190 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 4)$ și $B(6, 0)$. Determinați, în triunghiul AOB , ecuația medianei din vârful A .
- 5p 6. Arătați că $2 \sin 30^\circ - \sin 90^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2(xy + x + y) + 1$.

- 5p 1. Arătați că $(-1) \circ 1 = -1$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p 3. Demonstrați că $x \circ y = 2(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Demonstrați că $e = -\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p 5. Determinați numerele reale x pentru care $(x-1) \circ (x+2) = -5$.
- 5p 6. Determinați numerele naturale nenule n pentru care $n \circ (n-1) \leq 11$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

- 5p 1. Arătați că $\det A = -2$.
- 5p 2. Calculați $\det(A+B)$.
- 5p 3. Arătați că $A \cdot A = B$.
- 5p 4. Determinați numerele reale a și b pentru care $aA + bB = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.
- 5p 5. Arătați că, dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X + A = B$, atunci matricea X este inversabilă.
- 5p 6. Determinați valorile reale ale lui a pentru care $\det(A+B - aI_2) \leq 0$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$b_2 = 4$ $S_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 2 + 4 + 8 = 14$	2p 3p
2.	$f(m) = 5m - 6$ $5m - 6 = 2m \Leftrightarrow m = 2$	2p 3p
3.	$x^2 - 10x + 25 = 25 \Rightarrow x^2 - 10x = 0$ $x = 0$ sau $x = 10$, care convin	2p 3p
4.	$x - \frac{10}{100} \cdot x + 10 = 190$, unde x este prețul inițial al obiectului $x = 200$ de lei	3p 2p
5.	Punctul $M(3,0)$ este mijlocul segmentului OB Ecuația medianei este $y = 4x - 12$	2p 3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin 90^\circ = 1 \Rightarrow 2 \sin 30^\circ - \sin 90^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-1) \circ 1 = 2 \cdot ((-1) \cdot 1 + (-1) + 1) + 1 =$ $= 2 \cdot (-1) + 1 = -1$	3p 2p
2.	$x \circ y = 2(xy + x + y) + 1 = 2(yx + y + x) + 1 =$ $= y \circ x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ \circ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 2 - 1 =$ $= 2x(y+1) + 2(y+1) - 1 = 2(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
4.	$x \circ \left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(x + 1\right)\left(-\frac{1}{2} + 1\right) - 1 = x + 1 - 1 = x$, pentru orice număr real x $\left(-\frac{1}{2}\right) \circ x = 2\left(-\frac{1}{2} + 1\right)(x + 1) - 1 = x + 1 - 1 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = -\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”	2p 3p
5.	$2(x-1+1)(x+2+1) - 1 = -5 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$ $x = -2$ sau $x = -1$	3p 2p
6.	$2(n+1)(n-1+1) - 1 \leq 11 \Leftrightarrow n^2 + n - 6 \leq 0$ $n \in [-3, 2]$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n = 1$ sau $n = 2$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 2 \cdot 1 =$ $= 0 - 2 = -2$	3p 2p
2.	$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ $\det(A + B) = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 0$	3p 2p
3.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \\ 2 \cdot 1 + 0 \cdot 2 & 2 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = B$	3p 2p
4.	$aA + bB = \begin{pmatrix} a & a \\ 2a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3b & b \\ 2b & 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + 3b & a + b \\ 2a + 2b & 2b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} a + 3b & a + b \\ 2a + 2b & 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } a = 2 \text{ și } b = 1$	2p 3p
5.	$X = B - A \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\det X = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 \neq 0, \text{ deci matricea } X \text{ este inversabilă}$	3p 2p
6.	$A + B - aI_2 = \begin{pmatrix} 4 - a & 2 \\ 4 & 2 - a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + B - aI_2) = a^2 - 6a$ $a^2 - 6a \leq 0 \Leftrightarrow a \in [0, 6]$	3p 2p