Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 15

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(1-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}\right):\frac{17}{60}=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-1$. Calculați $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot f(4)\cdot f(5)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x-3}=5$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, acesta să verifice inegalitatea $x^2-2x\le 0$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,6)$ și $B(6,0)$. Arătați că triunghiul AOB este isoscel.

5p **6.** Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A cu $AB=6$ și $AC=8$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}-1 & x\\ x-1 & -1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(B(1))=1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A-2A=I_2$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=I_2$.

2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy+x+y-2$.

5p **a)** Arătați că $(-1)*2020=-3$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*(2x)=3$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*n=-1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-5x+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-1)(4x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{f(x)}=0$.

5p **c)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+x^2+x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^2-x-1\right)dx=0$.

5p **b)** Arătați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $\int_{1}^{2}\frac{f(x)}{x^2+1}\cdot e^x dx=(ae)^2-e$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 15

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(1-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}\right):\frac{17}{60}=\left(\frac{60}{60}-\frac{40}{60}+\frac{45}{60}-\frac{48}{60}\right):\frac{17}{60}=$	**3p**
	$=\frac{17}{60}:\frac{17}{60}=1$	**2p**
2.	$f(1)=0$	**3p**
	$f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot f(4)\cdot f(5)=0$	**2p**
3.	$4x-3=25\Rightarrow 4x=28$	**3p**
	$x=7$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	Numerele x din mulțimea A care verifică inegalitatea $x^2-2x\le 0\Leftrightarrow x(x-2)\le 0$ sunt 1 și 2, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$	**1p**
5.	$AO=6$	**2p**
	$BO=6\Rightarrow \Delta AOB$ este isoscel	**3p**
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{6\cdot 8}{2}=$	**3p**
	$=24$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$B(1)=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(B(1))=\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 0 & -1\end{vmatrix}=(-1)\cdot(-1)-0\cdot 1=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
b)	$A\cdot A-2A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
c)	$A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}2x-3 & x-2\\ x-2 & x-1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}2x-3 & x-2\\ x-2 & x-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$, care convine	**2p**
2.a)	$(-1)*2020=(-1)\cdot 2020+(-1)+2020-2=$	**3p**
	$=-2020-1+2020-2=-3$	**2p**

b)	$x\cdot(2x)+x+2x-2=3 \Leftrightarrow 2x^2+3x-5=0$	**3p**
	$x=-\frac{5}{2}$ sau $x=1$	**2p**
c)	$m*n=mn+m+n-2=m(n+1)+(n+1)-3=(m+1)(n+1)-3$, pentru orice numere naturale m și n	**2p**
	$(m+1)(n+1)-3=-1 \Leftrightarrow (m+1)(n+1)=2$ și, cum m și n sunt numerele naturale, obținem $(0,1)$ și $(1,0)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=4x-5+\frac{1}{x}=$	**2p**
	$=\frac{4x^2-5x+1}{x}=\frac{(x-1)(4x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{f(x)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{2x^2-5x+\ln x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)'}{(2x^2-5x+\ln x)'}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{4x^2-5x+1}{x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{4x^2-5x+1}=0$	**2p**
c)	$f(1)=-3$, $f'(1)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(1)=f'(1)(x-1)$, adică $y=-3$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^2-x-1\right)dx=\int_{-1}^{1}\left(x^3+x^2+x+1-x^2-x-1\right)dx=\int_{-1}^{1}x^3dx=\frac{x^4}{4}\Big\|_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$	**2p**
b)	$F'(x)=\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right)'=\frac{4x^3}{4}+\frac{3x^2}{3}+\frac{2x}{2}+1=$	**3p**
	$=x^3+x^2+x+1=f(x)$, $x\in\mathbb{R}$, deci funcția F este o primitivă a funcției f	**2p**
c)	$\int_{1}^{2}\frac{f(x)}{x^2+1}\cdot e^x dx=\int_{1}^{2}\frac{(x^2+1)(x+1)}{x^2+1}\cdot e^x dx=\int_{1}^{2}(x+1)e^x dx=xe^x\Big\|_{1}^{2}=2e^2-e$	**3p**
	$2e^2-e=(ae)^2-e$, de unde obținem $a^2=2$, deci $a=-\sqrt{2}$ sau $a=\sqrt{2}$	**2p**