Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 17

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că media geometrică a numerelor $x=25$ şi $y=144$ este egală cu 60.

5p **2.** Determinaţi numărul real m pentru care $f(1)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+m$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+4}=5$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să **nu** fie multiplu de 3.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,4)$ şi $B(8,4)$. Determinaţi lungimea medianei din vârful O al triunghiului AOB.

5p **6.** Calculaţi $\sin x$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&3\\2&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-4&0\\0&4\end{pmatrix}$ şi $M(x)=\begin{pmatrix}x&1\\2&3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det A=-5$.

5p **b)** Arătaţi că $\det\left(A+M(-1)\right)=\det B$.

5p **c)** Determinaţi numărul real x pentru care $M(x)\cdot A-A\cdot M(x)=B$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-90$.

5p **a)** Arătaţi că $90*1=1$.

5p **b)** Demonstraţi că $(x*y)*z=x*(y*z)$, pentru orice numere reale x, y şi z.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\left(x^2\right)*(2x+1)=-74$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3-12x+11$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=12(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-4x^3}{x}$.

5p **c)** Demonstraţi că $3\le f(x)\le 19$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_2^4\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=30$.

5p **b)** Demonstraţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{5x^2+2020}{2}+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\int_1^e\left(f(x)-5x\right)\ln x\,dx$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 17

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$m_g=\sqrt{xy}=\sqrt{25\cdot 144}=$	**3p**
	$=5\cdot 12=60$	**2p**
2.	$f(1)=1+m$	**2p**
	$1+m=0\Leftrightarrow m=-1$	**3p**
3.	$x+4=25$	**3p**
	$x=21$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 6 numere care **nu** sunt multipli de 3, deci sunt 6 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$	**1p**
5.	$M(3,4)$, unde M este mijlocul segmentului AB	**2p**
	$OM=\sqrt{3^2+4^2}=5$	**3p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$	**3p**
	Cum $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\dfrac{1}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-2\cdot 3=$	**3p**
	$=1-6=-5$	**2p**
b)	$M(-1)=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $A+M(-1)=\begin{pmatrix}0 & 4\\ 4 & 4\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A+M(-1)\right)=-16$	**3p**
	$\det B=\begin{vmatrix}-4 & 0\\ 0 & 4\end{vmatrix}=-16$, deci $\det\left(A+M(-1)\right)=\det B$	**2p**
c)	$M(x)\cdot A=\begin{pmatrix}x+2 & 3x+1\\ 8 & 9\end{pmatrix}$, $A\cdot M(x)=\begin{pmatrix}x+6 & 10\\ 2x+2 & 5\end{pmatrix}$, $M(x)\cdot A-A\cdot M(x)=\begin{pmatrix}-4 & 3x-9\\ 6-2x & 4\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}-4 & 3x-9\\ 6-2x & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=3$	**2p**
2.a)	$90*1=90+1-90=$	**3p**
	$=0+1=1$	**2p**

b)	$(x*y)*z=(x+y-90)*z=x+y-90+z-90=x+y+z-180$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-90)=x+y+z-90-90=x+y+z-180=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z	**3p**
c)	$(x^2)*(2x+1)=x^2+2x+1-90=x^2+2x-89$	**2p**
	$x^2+2x-15=0 \Leftrightarrow x=-5$ sau $x=3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=12x^2-12=$	**3p**
	$=12(x^2-1)=12(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-4x^3}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-12x+11}{x}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-12+\frac{11}{x}\right)=-12$	**3p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[-1,1]$, deci f este descrescătoare pe $[-1,1]$	**2p**
	Cum $f(-1)=19$, $f(1)=3$ și $f(1)\le f(x)\le f(-1)$, obținem $3\le f(x)\le 19$, pentru orice $x\in[-1,1]$	**3p**
2.a)	$\int_2^4\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\int_2^4 5x\,dx=\frac{5x^2}{2}\Big\vert_2^4=$	**3p**
	$=\frac{5}{2}\cdot(16-4)=30$	**2p**
b)	$F'(x)=\left(\frac{5x^2+2020}{2}+\ln x\right)'=$	**2p**
	$=\frac{10x}{2}+\frac{1}{x}=5x+\frac{1}{x}=f(x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci F este o primitivă a funcției f	**3p**
c)	$\int_1^e(f(x)-5x)\ln x\,dx=\int_1^e\frac{1}{x}\ln x\,dx=\int_1^e(\ln x)'\ln x\,dx=\frac{\ln^2 x}{2}\Big\vert_1^e=$	**3p**
	$=\frac{\ln^2 e}{2}-\frac{\ln^2 1}{2}=\frac{1}{2}$	**2p**