

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Test 18

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - (\sqrt{3}+1) = 0$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy , unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + x + 3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{2x+1} = 7^{4-x}$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie impar.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(2,5)$. Determinați lungimea segmentului BC , unde punctul C este simetricul punctului B față de punctul A .
- 5p** 6. Calculați $\sin x$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A = xA$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care $\det(A + I_2) + \det(A - I_2) = \det(aI_2)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x + y - 5$.
- 5p** a) Arătați că $(-1) \circ 2020 = -6$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = -2$.
- 5p** c) Știind că m este număr real astfel încât $m \circ (-2) = 1 \circ (-m)$, calculați $m \circ (-m)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este concavă.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2) dx = \frac{1}{4}$.
- 5p** b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(2) = 7$.
- 5p** c) Arătați că $\int_0^1 e^x (f(x) - x^3 + x^2) dx = 3e - 4$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 18

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{2}{\sqrt{3}-1} - (\sqrt{3}+1) = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} - (\sqrt{3}+1) =$ $= \sqrt{3}+1 - \sqrt{3}-1 = 0$	3p 2p
2.	$f(0) = 3$ Coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy sunt $x = 0$ și $y = 3$	3p 2p
3.	$2x + 1 = 4 - x \Leftrightarrow 3x = 3$ $x = 1$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 45 de numere impare, deci sunt 45 de cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$	2p 2p 1p
5.	$AB = 2$ A este mijlocul segmentului BC , deci $BC = 2AB = 4$	2p 3p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{4}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 0$	2p 3p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$, $xA = \begin{pmatrix} 2x & x \\ 2x & x \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & x \\ 2x & x \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 3$	3p 2p
c)	$\det(A + I_2) = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 4$, $\det(A - I_2) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -2$, $\det(aI_2) = a^2$, pentru orice număr real a $a^2 = 2 \Leftrightarrow a = -\sqrt{2}$ sau $a = \sqrt{2}$	3p 2p
2.a)	$(-1) \circ 2020 = (-1) \cdot 2020 + (-1) + 2020 - 5 =$ $= -1 - 5 = -6$	3p 2p

b)	$x \circ x = x^2 + 2x - 5$, pentru orice număr real x $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$ sau $x = 1$	2p 3p
c)	$m \cdot (-2) + m + (-2) - 5 = 1 \cdot (-m) + 1 + (-m) - 5 \Leftrightarrow m = 3$ $m \circ (-m) = 3 \circ (-3) = 3 \cdot (-3) + 3 + (-3) - 5 = -14$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2 - 1)}{x^2} = \frac{2x^2 - x^2 + 1}{x^2} =$ $= \frac{x^2 + 1}{x^2} = 1 + \frac{1}{x^2}, x \in (0, +\infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = 0$, deci dreapta de ecuație $y = x$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p 3p
c)	$f''(x) = -\frac{2}{x^3}, x \in (0, +\infty)$ $f''(x) < 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci funcția f este concavă	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 2) dx = \int_0^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4}$	3p 2p
b)	$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x + c$, unde $c \in \mathbb{R}$ $F(2) = 7 \Rightarrow c = -1$, deci $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x - 1$	2p 3p
c)	$\int_0^1 e^x (f(x) - x^3 + x^2) dx = \int_0^1 e^x (x^2 + 2) dx = e^x (x^2 + 2) \Big _0^1 - \int_0^1 2xe^x dx =$ $= 3e - 2 - 2 \left(xe^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx \right) = 3e - 4$	3p 2p