**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_tehnologic***

**Test 19**

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right):\frac{14}{12}=\frac{1}{2}$. |
| **5p** | **2.** Determinaţi numărul real $a$ pentru care punctul $A(1,0)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+ax+1$. |
| **5p** | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-4}=\sqrt{x+20}$. |
| **5p** | **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $M=\{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$, acesta să fie număr par. |
| **5p** | **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(-2,4)$, $B(4,4)$ şi $C(4,8)$. Determinaţi lungimea înălţimii din $C$ a triunghiului $ABC$. |
| **5p** | **6**. Arătaţi că $\sin x=\frac{12}{13}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{5}{13}$. |

**SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | **1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&3\\2&1\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$. |
| **5p** | **a)** Arătaţi că $\det A=-2$. |
| **5p** | **b)** Determinaţi numărul real $x$ pentru care $x(A+B)=C$. |
| **5p** | **c)** Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot B-B\cdot A=2X+C$. |
| | **2.** Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+4x+4y+12$. |
| **5p** | **a)** Arătaţi că $2020\circ(-4)=-4$. |
| **5p** | **b)** Demonstraţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale $x$ şi $y$. |
| **5p** | **c)** Determinaţi numerele reale $x$ pentru care $x\circ x=x$. |

**SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | **1.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+6x^2+5$. |
| **5p** | **a)** Arătaţi că $f'(x)=12x(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$. |
| **5p** | **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)-4x^3}$. |
| **5p** | **c)** Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei $f$. |
| | **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^3+4x^2$. |
| **5p** | **a)** Arătaţi că $\int_0^2\left(f(x)-4x^2\right)dx=12$. |
| **5p** | **b)** Determinaţi primitiva $F$ a funcţiei $f$ pentru care $F(0)=2020$. |
| **5p** | **c)** Determinaţi numărul real $m$, $m>1$, ştiind că $\int_1^m\frac{f(x)}{x^2}dx=\frac{17}{2}$. |

**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**

**Matematică *M_tehnologic***
**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Test 19**

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right):\frac{14}{12}=\frac{6-8+9}{12}:\frac{14}{12}=$ | **3p** |
| | $=\frac{7}{12}\cdot\frac{12}{14}=\frac{1}{2}$ | **2p** |
| **2.** | $f(1)=0\Rightarrow 1+a+1=0$ | **3p** |
| | $a=-2$ | **2p** |
| **3.** | $3x-4=x+20\Rightarrow 2x=24$ | **3p** |
| | $x=12$, care convine | **2p** |
| **4.** | Mulțimea $M$ are $10$ elemente, deci sunt $10$ cazuri posibile | **2p** |
| | În mulțimea $M$ sunt $5$ numere pare, deci sunt $5$ cazuri favorabile | **2p** |
| | $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ | **1p** |
| **5.** | Înălțimea din $C$ a triunghiului $ABC$ este distanța de la punctul $C$ la dreapta $AB$ | **3p** |
| | $d(C,AB)=4$ | **2p** |
| **6.** | $\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$ | **3p** |
| | Cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\frac{12}{13}$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}=1\cdot 4-2\cdot 3=$ | **3p** |
| | $=4-6=-2$ | **2p** |
| **b)** | $A+B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $x\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}5x & 5x\\ 5x & 5x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=\frac{1}{5}$ | **2p** |
| **c)** | $A\cdot B=\begin{pmatrix}8 & 5\\ 20 & 13\end{pmatrix}$, $B\cdot A=\begin{pmatrix}13 & 20\\ 5 & 8\end{pmatrix}$, deci $A\cdot B-B\cdot A-C=\begin{pmatrix}-6 & -16\\ 14 & 4\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $2X=\begin{pmatrix}-6 & -16\\ 14 & 4\end{pmatrix}$, deci $X=\begin{pmatrix}-3 & -8\\ 7 & 2\end{pmatrix}$ | **2p** |
| **2.a)** | $2020\circ(-4)=2020\cdot(-4)+4\cdot 2020+4\cdot(-4)+12=$ | **3p** |
| | $=-16+12=-4$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **b)** | $x\circ y=xy+4x+4y+16-4=$ | **2p** |
| | $=x(y+4)+4(y+4)-4=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **3p** |
| **c)** | $x\circ x=(x+4)^2-4$, pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| | $(x+4)^2-4=x\Leftrightarrow(x+4)(x+3)=0\Leftrightarrow x=-4$ sau $x=-3$ | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=\left(4x^3\right)'+\left(6x^2\right)'+5'=$ | **2p** |
| | $=12x^2+12x=12x(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$ | **3p** |
| **b)** | $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{f(x)-4x^3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{12x^2+12x}{6x^2+5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{12x^2\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x^2\left(6+\frac{5}{x^2}\right)}=$ | **3p** |
| | $=\dfrac{12}{6}=2$ | **2p** |
| **c)** | $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ sau $x=0$ | **2p** |
| | $x\in(-\infty,-1]\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci $f$ este crescătoare pe $(-\infty,-1]$, $x\in[-1,0]\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci $f$ este descrescătoare pe $[-1,0]$, $x\in[0,+\infty)\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci $f$ este crescătoare pe $[0,+\infty)$ | **3p** |
| **2.a)** | $\int\limits_0^2\left(f(x)-4x^2\right)dx=\int\limits_0^2 3x^3dx=\left.\dfrac{3x^4}{4}\right\|_0^2=$ | **3p** |
| | $=\dfrac{3}{4}\cdot 2^4=12$ | **2p** |
| **b)** | $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{3x^4}{4}+\dfrac{4x^3}{3}+c$, unde $c\in\mathbb{R}$ | **2p** |
| | $F(0)=2020\Rightarrow c=2020$, deci $F(x)=\dfrac{3x^4}{4}+\dfrac{4x^3}{3}+2020$ | **3p** |
| **c)** | $\int\limits_1^m\dfrac{f(x)}{x^2}dx=\int\limits_1^m(3x+4)dx=\left.\left(\dfrac{3x^2}{2}+4x\right)\right\|_1^m=\dfrac{3m^2}{2}+4m-\dfrac{11}{2}$ | **3p** |
| | $\dfrac{3m^2}{2}+4m-\dfrac{11}{2}=\dfrac{17}{2}\Rightarrow 3m^2+8m-28=0$ și, cum $m>1$, obținem $m=2$ | **2p** |