Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq1}$, știind că $b_1=2$ și $b_4=-2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+3$. Arătați că $f(0)=f(6)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x-2)=1$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1,2,3,7,8,9\}$, acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulțimii A.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 și d_2 de ecuații $y=3x-1$, respectiv $y=ax+5$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că dreptele d_1 și d_2 sunt perpendiculare.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A și punctul $D\in AC$, piciorul bisectoarei unghiului B. Știind că $BD=CD$, arătați că $m(\sphericalangle ACB)=30°$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+ay+5$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că, pentru orice număr real a, $4*0=9$.

5p **2.** Demonstrați că, pentru $a=1$, legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

5p **3.** Determinaţi numărul real a pentru care legea de compoziţie „$*$” este comutativă.

5p **4.** Arătați că, dacă legea de compoziţie „$*$” are element neutru, atunci $a=1$.

5p **5.** Pentru $a=1$, determinați numerele reale x pentru care $(x*x^2)*(x*x^2)=15$.

5p **6.** Pentru $a=-3$, determinați numerele reale x pentru care $4^x*2^x=3$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5&4\\4&5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=9$.

5p **2.** Arătați că $(A-I_2)(A-9I_2)=O_2$.

5p **3.** Se consideră matricea $B=A-5I_2$. Demonstrați că suma elementelor matricei $B\cdot B$ este divizibilă cu 2^5

5p **4.** Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(aA+I_2)=0$.

5p **5.** Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot M=M\cdot A$, unde $M=\begin{pmatrix}x&1\\y&2\end{pmatrix}$.

5p **6.** Demonstrați că $\det(A+xI_2)+\det(A-xI_2)\geq18$, pentru orice număr real x.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_4 = b_1 q^3$, deci $2q^3 = -2$, unde q este rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\ge 1}$	**3p**
	$q^3 = -1$, de unde obținem $q = -1$	**2p**
2.	$f(0) = 3$	**2p**
	$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 3 = 3$, deci $f(0) = f(6)$	**3p**
3.	$x - 2 = 3$	**3p**
	$x = 5$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 6 elemente, deci sunt 6 cazuri posibile	**2p**
	Media aritmetică a elementelor mulțimii A este $m_a = \frac{1+2+3+7+8+9}{6} = 5$, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	**1p**
5.	$m_{d_1} = 3$, $m_{d_2} = a$	**2p**
	d_1 și d_2 sunt perpendiculare $\Leftrightarrow m_{d_1}\cdot m_{d_2} = -1 \Leftrightarrow 3a = -1$, de unde obținem $a = -\frac{1}{3}$	**3p**
6.	ΔBDC este isoscel, deci $m(\sphericalangle ACB) = m(\sphericalangle DBC) = \frac{1}{2} m(\sphericalangle ABC)$	**3p**
	$m(\sphericalangle ABC) + m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ$, deci $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$4 * 0 = 4 + a\cdot 0 + 5 =$	**3p**
	$= 4 + 5 = 9$, pentru orice număr real a	**2p**
2.	$x * y = x + y + 5$, deci $(x*y)*z = (x+y+5)*z = x+y+5+z+5 = x+y+z+10$, pentru orice numere reale x, y și z	**3p**
	$x*(y*z) = x*(y+z+5) = x+y+z+5+5 = x+y+z+10 = (x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă	**2p**
3.	$x*y = y*x$, deci $x + ay + 5 = y + ax + 5$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$(a-1)(x-y) = 0$, pentru orice numere reale x și y, de unde obținem $a = 1$	**3p**
4.	Dacă e este elementul neutru, atunci $e*0 = 0 \Rightarrow e + a\cdot 0 + 5 = 0$, de unde obținem $e = -5$	**2p**
	$0*(-5) = 0 \Rightarrow -5a + 5 = 0$, de unde obținem $a = 1$	**3p**
5.	$(x*x^2)*(x*x^2) = (x+x^2+5)*(x+x^2+5) = x+x^2+5+x+x^2+5+5 = 2x^2+2x+15$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2x^2+2x+15 = 15 \Leftrightarrow 2x(x+1) = 0$, de unde obținem $x = -1$ sau $x = 0$	**3p**
6.	Pentru $a = -3$ obținem $x*y = x - 3y + 5$, deci ecuația devine $4^x - 3\cdot 2^x + 2 = 0$	**2p**
	$(2^x - 1)(2^x - 2) = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}5 & 4\\4 & 5\end{vmatrix}=5\cdot 5-4\cdot 4=$	**3p**
	$=25-16=9$	**2p**
2.	$A-I_2=\begin{pmatrix}4 & 4\\4 & 4\end{pmatrix}$, $A-9I_2=\begin{pmatrix}-4 & 4\\4 & -4\end{pmatrix}$	**2p**
	$(A-I_2)(A-9I_2)=\begin{pmatrix}4 & 4\\4 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4 & 4\\4 & -4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**3p**
3.	$B=A-5I_2=\begin{pmatrix}0 & 4\\4 & 0\end{pmatrix}$, $B\cdot B=\begin{pmatrix}16 & 0\\0 & 16\end{pmatrix}$	**3p**
	Suma elementelor matricei $B\cdot B$ este egală cu $16+16=32=2^5$, deci este divizibilă cu 2^5	**2p**
4.	$aA+I_2=\begin{pmatrix}5a+1 & 4a\\4a & 5a+1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(aA+I_2)=9a^2+10a+1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$9a^2+10a+1=0 \Leftrightarrow a=-1$ sau $a=-\frac{1}{9}$	**2p**
5.	$A\cdot M=\begin{pmatrix}5x+4y & 13\\4x+5y & 14\end{pmatrix}$, $M\cdot A=\begin{pmatrix}5x+4 & 4x+5\\5y+8 & 4y+10\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale	**2p**
	$\begin{pmatrix}5x+4y & 13\\4x+5y & 14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5x+4 & 4x+5\\5y+8 & 4y+10\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$ și $y=1$	**3p**
6.	$A+xI_2=\begin{pmatrix}5+x & 4\\4 & 5+x\end{pmatrix}$, $A-xI_2=\begin{pmatrix}5-x & 4\\4 & 5-x\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\det(A+xI_2)+\det(A-xI_2)=(5+x)^2-16+(5-x)^2-16=2x^2+18\geq 18$, pentru orice număr real x	**3p**