Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{96}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)=2$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-1$. Determinați numărul natural n pentru care $f(n)\cdot g(n)=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+5}=3^{6x-3}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităţilor.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1,3)$, $B(3,5)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că triunghiul ABC este dreptunghic în A.
5p	**6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\sin 60°+\sin 30°-4\sin^2 30°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=-xy+4x+4y-12$.
5p	**1.** Arătați că $2\circ 3=2$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
5p	**3.** Demonstrați că $x\circ y=-(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Demonstrați că $x\circ 4=4$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
5p	**6.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1=-5$ și rația $r=3$. Arătați că $a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=4$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=3$.
5p	**2.** Arătați că $B(1)+B(3)=2B(2)$.
5p	**3.** Arătați că $\det\left(B(x)\right)=1$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Arătați că $B(x)\cdot B(y)=B(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.
5p	**6.** Determinați perechile de numere naturale (m,n), pentru care $B\left(2^m\right)\cdot B\left(2^n\right)=B\left(2^{m+n}-2\right)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{96}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)=4\sqrt{6}\cdot\frac{6-4}{4\sqrt{6}}=$	**3p**
	$=6-4=2$	**2p**
2.	$(3n+1)(n-1)=0$	**2p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=1$	**3p**
3.	$2x+5=6x-3 \Leftrightarrow 4x=8$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Numerele naturale de două cifre, care au cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităților sunt 21, 42, 63 și 84, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$	**1p**
5.	Panta dreptei AB este egală cu 1, panta dreptei AC este egală cu $3-a$	**2p**
	$1\cdot(3-a)=-1$, deci $a=4$	**3p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sqrt{3}\cdot\sin 60°+\sin 30°-4\sin^2 30°=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}-4\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-1=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2\circ 3=-2\cdot 3+4\cdot 2+4\cdot 3-12=$	**3p**
	$=-6+8+12-12=2$	**2p**
2.	$x\circ y=-xy+4x+4y-12=-yx+4y+4x-12=$	**2p**
	$=y\circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**3p**
3.	$x\circ y=-xy+4x+4y-16+4=$	**2p**
	$=-x(y-4)+4(y-4)+4=-(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$x\circ 4=-(x-4)(4-4)+4=$	**3p**
	$=-(x-4)\cdot 0+4=4$, pentru orice număr real x	**2p**
5.	$x\circ x=-(x-4)^2+4$, pentru orice număr real x	**2p**
	$-(x-4)^2+4=x \Leftrightarrow (x-4)(x-3)=0$, deci $x=3$ sau $x=4$	**3p**
6.	$a_4=a_1+3r=-5+3\cdot 3=4$	**2p**
	$a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=(a_1\circ a_2\circ a_3)\circ 4=4$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-(-1)\cdot 2=$	**3p**
	$=1+2=3$	**2p**
2.	$B(1)+B(3)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}=2B(2)$	**2p**
3.	$\det\left(B(x)\right)=\begin{vmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1\cdot 1-x\cdot 0=1$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$B(x)\cdot B(y)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & y\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & x+y\\ 0 & 1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=B(x+y)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
5.	$A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}1 & x+2\\ -1 & -x+1\end{pmatrix}$, $B(x)\cdot A=\begin{pmatrix}1-x & 2+x\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$A\cdot B(x)=B(x)\cdot A\Leftrightarrow x=0$	**2p**
6.	$B\left(2^m+2^n\right)=B\left(2^{m+n}-2\right)$, de unde obținem $2^m+2^n=2^{m+n}-2\Leftrightarrow 2^{m+n}-2^m-2^n+1=3$, deci $\left(2^m-1\right)\left(2^n-1\right)=3$	**3p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(1,2)$ și $(2,1)$	**2p**