Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 = 5$ și $r = -2$. Calculați a_3.

5p **2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(1,2)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + 3$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 2}$.

5p **4.** Un pix costă de cinci ori mai mult decât un creion și de șapte ori mai puțin decât un stilou. Determinați cât costă un creion, dacă un stilou costă 70 de lei.

5p **5.** Se consideră un paralelogram $ABCD$ și O, punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Arătați că $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$.

5p **6.** În triunghiul ABC dreptunghic în A, avem $AC = 2AB$ și $BC = 5$. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $3\sqrt{5} + 5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 - xy + y^2$.

5p **1.** Arătați că $1 \circ 2 = 3$.

5p **2.** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Dacă $a = (1 \circ 3) \circ 2$ și $b = 1 \circ (3 \circ 2)$, calculați $b - a$.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 4$.

5p **5.** Demonstrați că, dacă x și y sunt numere reale pentru care $x \circ y = 0$, atunci $x = y = 0$.

5p **6.** Determinați numerele reale x pentru care $3 \circ 2^x = 7$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det\left(A(5)\right) = 1$.

5p **2.** Calculați $\det\left(A(1) + A(2)\right)$.

5p **3.** Demonstrați că $A(a) \cdot A(b) = A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **4.** Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(2a) = A(30)$.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(I_2 + xA(x)\right) = 25$.

5p **6.** Determinați numerele naturale n pentru care $A(n) \cdot A(n) = A\left(2n^2\right)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_3 = a_1 + 2r =$	**3p**
	$= 5 + 2 \cdot (-2) = 1$	**2p**
2.	$f(1) = 2 \Leftrightarrow 1 + a + 3 = 2$	**3p**
	$a = -2$	**2p**
3.	$x = x^2 - 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$	**3p**
	$x = -1$, care nu convine, $x = 2$, care convine	**2p**
4.	x este prețul unui creion, $5x$ este prețul unui pix, $35x$ este prețul unui stilou şi $35x = 70$	**3p**
	$x = 2$ lei	**2p**
5.	$ABCD$ este paralelogram, deci $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$	**2p**
	O este mijlocul segmentului AC, deci $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$	**3p**
6.	$BC^2 = AB^2 + AC^2$ și $AC = 2AB$, deci $AB = \sqrt{5}$	**3p**
	$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = \sqrt{5} + 5 + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} + 5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1 \circ 2 = 1^2 - 1 \cdot 2 + 2^2 =$	**3p**
	$= 1 - 2 + 4 = 3$	**2p**
2.	$x \circ y = x^2 - xy + y^2 = y^2 - yx + x^2 =$	**3p**
	$= y \circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**2p**
3.	$a = (1 \circ 3) \circ 2 = (1 - 3 + 9) \circ 2 = 7 \circ 2 = 49 - 14 + 4 = 39$	**3p**
	$b = 1 \circ (3 \circ 2) = 1 \circ (9 - 6 + 4) = 1 \circ 7 = 1 - 7 + 49 = 43 \Rightarrow b - a = 43 - 39 = 4$	**2p**
4.	$x \circ x = x^2 - x^2 + x^2 = x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$x^2 = 4$, deci $x = -2$ sau $x = 2$	**2p**
5.	$x \circ y = 0 \Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - xy + \frac{y^2}{4} + \frac{3y^2}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} = 0$	**2p**
	$x - \frac{y}{2} = 0$ şi $y = 0$, de unde obţinem $x = y = 0$	**3p**
6.	$9 - 3 \cdot 2^x + 2^{2x} = 7 \Leftrightarrow \left(2^x - 1\right)\left(2^x - 2\right) = 0$	**3p**
	$x = 0$ sau $x = 1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(5) = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A(5)\right) = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 5 \cdot 0 =$	**3p**
	$= 1 - 0 = 1$	**2p**

2.	$A(1)+A(2)=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&3\\0&2\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det\left(A(1)+A(2)\right)=\begin{vmatrix}2&3\\0&2\end{vmatrix}=4$	**3p**
3.	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1&a\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&b\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&b+a\\0&1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&a+b\\0&1\end{pmatrix}=A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
4.	$A(a)\cdot A(2a)=A(a+2a)=A(3a)$, pentru orice număr real a	**2p**
	$A(3a)=A(30)$, de unde obținem $3a=30$, deci $a=10$	**3p**
5.	$I_2+xA(x)=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}+x\begin{pmatrix}1&x\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+x&x^2\\0&1+x\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(I_2+xA(x)\right)=(1+x)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$(1+x)^2=25$, deci $x=-6$ sau $x=4$	**2p**
6.	$A(n+n)=A\left(2n^2\right)$, de unde obținem $2n=2n^2$	**3p**
	$n=0$ sau $n=1$, care convin	**2p**