Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq1}$, știind că $a_1=2$ și $a_3=8$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+5$. Determinați numărul real m pentru care $f(m)=f(1)+f(-1)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2+4\right)=3$.
5p	**4.** Un obiect costă $2\,000$ de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,1)$, $C(-1,-1)$ și $D(1,-1)$. Calculați perimetrul patrulaterului $ABCD$.
5p	**6.** Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$ şi $BC=4\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-8(x+y)+36$.
5p	**1.** Arătați că $0*4=4$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=2(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e=\frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x pentru care $(x-1)*(x+1)=10$.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale x pentru care $3^{x^2}*3^{x^2}*3^{x^2}=0$.
5p	**6.** Dați exemplu de numere raționale p și q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $B(b)=\begin{pmatrix} 2 & b \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
5p	**1.** Arătaţi că $\det\left(A(3)\right)=2$.
5p	**2.** Arătaţi că $A(2)\cdot B(2)=2\left(A(2)+B(2)\right)$.
5p	**3.** Determinați inversa matricei $A(1)$.
5p	**4.** Demonstrați că $\det\left(A(a)+B(b)\right)=\det\left(A(a)\right)+\det\left(B(b)\right)$ dacă și numai dacă $a=b$.
5p	**5.** Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a)=B(a)\cdot A(a)$ este inversabilă.
5p	**6.** Determinați numerele naturale nenule n pentru care $\det\left(A(n)\right)>n^2-7$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$S_3=\frac{(a_1+a_3)\cdot 3}{2}=\frac{(2+8)\cdot 3}{2}=$	**3p**
	$=15$	**2p**
2.	$m+5=1+5+(-1)+5$	**3p**
	$m=5$	**2p**
3.	$x^2+4=2^3\Rightarrow x^2-4=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=2$, care convin	**2p**
4.	După prima scumpire cu 10%, prețul obiectului este $2000+10\%\cdot 2000=2200$ de lei	**3p**
	După a doua scumpire cu 10%, prețul obiectului este $2200+10\%\cdot 2200=2420$ de lei	**2p**
5.	$AB=BC=CD=DA=2$	**3p**
	$P_{ABCD}=4\cdot 2=8$	**2p**
6.	$AB=AC=4$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{4\cdot 4}{2}=8$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0*4=2\cdot 0\cdot 4-8(0+4)+36=$	**3p**
	$=0-32+36=4$	**2p**
2.	$x*y=2xy-8x-8y+32+4=$	**2p**
	$=2x(y-4)-8(y-4)+4=2(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*\frac{9}{2}=2(x-4)\left(\frac{9}{2}-4\right)+4=x-4+4=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{9}{2}*x=2\left(\frac{9}{2}-4\right)(x-4)+4=x-4+4=x$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$2(x-1-4)(x+1-4)+4=10\Leftrightarrow x^2-8x+12=0$	**3p**
	$x=2$ sau $x=6$	**2p**
5.	$3^{x^2}*3^{x^2}=2\left(3^{x^2}-4\right)^2+4$, $3^{x^2}*3^{x^2}*3^{x^2}=4\left(3^{x^2}-4\right)^3+4$, unde x este număr real	**2p**
	$\left(3^{x^2}-4\right)^3=-1\Leftrightarrow 3^{x^2}=3$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=1$	**3p**
6.	$p*q\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 2(p-4)(q-4)\in\mathbb{Z}$; de exemplu, $p-4=\frac{3}{2}$, $q-4=\frac{2}{3}$	**2p**
	$p=\frac{11}{2}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, $q=\frac{14}{3}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ și $p*q=6$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(3)=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(3)\right)=\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{vmatrix}=3\cdot 2-2\cdot 2=$	**3p**
	$=6-4=2$	**2p**
2.	$A(2)\cdot B(2)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 8\\ 8 & 8\end{pmatrix}$	**2p**
	$2\left(A(2)+B(2)\right)=2\cdot\begin{pmatrix}4 & 4\\ 4 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 8\\ 8 & 8\end{pmatrix}$, deci $A(2)\cdot B(2)=2\left(A(2)+B(2)\right)$	**3p**
3.	$A(1)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 2\end{vmatrix}=-2$	**2p**
	$A^{-1}(1)=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
4.	$\det\left(A(a)+B(b)\right)=\begin{vmatrix}a+2 & 2+b\\ 4 & 4\end{vmatrix}=4a-4b$, $\det\left(A(a)\right)+\det\left(B(b)\right)=2a-2b$	**3p**
	$4a-4b=2a-2b\Leftrightarrow a=b$	**2p**
5.	$C(a)=\begin{pmatrix}2 & a\\ 2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4a & 4+2a\\ 2a+4 & 8\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(C(a)\right)=\begin{vmatrix}4a & 4+2a\\ 2a+4 & 8\end{vmatrix}=-4a^2+16a-16$	**3p**
	Matricea $C(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det\left(C(a)\right)\neq 0$, de unde obținem $a\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$	**2p**
6.	Cum $\det\left(A(n)\right)=2n-4$, obținem $2n-4>n^2-7\Leftrightarrow n^2-2n-3<0$	**2p**
	$n\in(-1,3)$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$	**3p**