

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor patru termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 3$ și $a_4 = 9$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 4$. Determinați numărul real a pentru care $f(-1) + f(0) + f(1) = f(a)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-3) + \log_3(x+3) = 3$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 1200 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(0,4)$, $C(-3,0)$ și $D(0,-4)$. Calculați perimetrul patrulaterului $ABCD$.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$, $m(\sphericalangle C) = 45^\circ$ și $BC = 5\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 3$.

- 5p 1. Calculați $1 * (-1)$.
- 5p 2. Verificați dacă legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p 4. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $(x-1) * (x+1) \leq 1$.
- 5p 5. Determinați numărul real x pentru care $4^x * 2^{x+1} = 5$.
- 5p 6. Determinați numerele reale x și y pentru care $(x-1) * (y+2) = 3$ și $(2x) * (y-2) = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

- 5p 1. Arătați că $\det(A(0,0)) = 0$.
- 5p 2. Calculați $A(0,0) \cdot A(1,1)$.
- 5p 3. Arătați că $\det(A(x, y)) + \det(A(y, x)) = 0$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x, y) \cdot A(x, y) = 2A(x, y)$.
- 5p 5. Determinați numărul natural nenul n pentru care $A(1,1) + A(2,2) + \dots + A(n,n) = nA(4,4)$.
- 5p 6. Determinați numărul perechilor (m, n) de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $A(m, n)$ este egală cu 102.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$S_4 = \frac{(a_1 + a_4) \cdot 4}{2} = \frac{(3+9) \cdot 4}{2} =$ $= 24$	3p 2p
2.	$f(-1) = 2, f(0) = 4, f(1) = 6$ $f(a) = 2a + 4$, deci $2a + 4 = 12$, de unde obținem $a = 4$	3p 2p
3.	$\log_3((x-3)(x+3)) = 3 \Rightarrow x^2 - 9 = 3^3 \Rightarrow x^2 - 36 = 0$ $x = -6$, care nu convine sau $x = 6$, care convine	3p 2p
4.	După prima scumpire cu 10%, prețul obiectului este $1200 + \frac{10}{100} \cdot 1200 = 1320$ de lei După a doua scumpire cu 10%, prețul obiectului este $1320 + \frac{10}{100} \cdot 1320 = 1452$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 5, BC = 5, CD = 5$ $AD = 5$, deci $P_{ABCD} = 20$	3p 2p
6.	$\triangle ABC$ este dreptunghic isoscel, deci $AB = 5, AC = 5$ $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$1 * (-1) = 1 + (-1) - 3 =$ $= -3$	3p 2p
2.	$x * y = x + y - 3 =$ $= y + x - 3 = y * x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „*” este comutativă	2p 3p
3.	$(x * y) * z = (x + y - 3) * z = x + y + z - 6$, pentru orice numere reale x, y și z $x * (y * z) = x * (y + z - 3) = x + y + z - 6 = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x, y și z , deci legea de compoziție „*” este asociativă	2p 3p
4.	$(x-1) + (x+1) - 3 \leq 1 \Leftrightarrow 2x - 3 \leq 1$ $x \in (-\infty, 2]$	3p 2p
5.	$4^x * 2^{x+1} = 4^x + 2^{x+1} - 3$, deci $2^{2x} + 2 \cdot 2^x - 8 = 0$ $(2^x + 4)(2^x - 2) = 0$, de unde obținem $x = 1$	3p 2p
6.	$(x-1) * (y+2) = 3 \Leftrightarrow x + y = 5$ și $(2x) * (y-2) = 2 \Leftrightarrow 2x + y = 7$ $x = 2$ și $y = 3$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(0,0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0,0)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 0 \cdot 1 = 0$	3p 2p
2.	$A(1,1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A(0,0) \cdot A(1,1) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	2p 3p
3.	$\det(A(x,y)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{vmatrix} = y - x, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$ $\det(A(y,x)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ y & x \end{vmatrix} = x - y \Rightarrow \det(A(x,y)) + \det(A(y,x)) = y - x + x - y = 0, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	2p 3p
4.	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1+x & 1+y \\ x+xy & x+y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2x & 2y \end{pmatrix}$ <p>Obținem $x=1$ și $y=1$</p>	3p 2p
5.	$A(1,1) + A(2,2) + \dots + A(n,n) = \begin{pmatrix} n & n \\ \frac{n(n+1)}{2} & \frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{n+1}{2} & \frac{n+1}{2} \end{pmatrix}, \text{ unde } n \text{ este număr natural nenul}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{n+1}{2} & \frac{n+1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow n=7$	3p 2p
6.	<p>Suma elementelor matricei $A(m,n)$ este $m+n+2$, deci $m+n+2=102 \Leftrightarrow m+n=100$</p> <p>Cum m și n sunt numere naturale, obținem $m=k$ și $n=100-k$, unde $k \in \{0,1,2,\dots,100\}$, deci există 101 perechi de numere naturale cu proprietatea cerută</p>	2p 3p