**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***

**Test 11**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

**5p** **1.** Arătați că $\left(2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right):\frac{17}{9}=1$.

**5p** **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+a$, unde $a$ este număr real. Arătați că, pentru orice număr real $a$, $f(2)-f(-2)=16$.

**5p** **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+3}=3^{4x}$.

**5p** **4.** Prețul unui obiect este $120$ de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte $5\%$.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(3,7)$ şi $B(3,-7)$. Determinaţi distanţa de la punctul $O$ la punctul $C$, unde $C$ este mijlocul segmentului $AB$.

**5p** **6.** Calculaţi aria triunghiului $ABC$, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45°$, $AB=5$ şi $AC=5$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2020$.

**5p** **1.** Arătaţi că $2000*20=0$.

**5p** **2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

**5p** **3.** Demonstrați că $a*(a+2020)=(a+1010)*(a+1010)$, pentru orice număr real $a$.

**5p** **4.** Determinaţi numărul real $x$, ştiind că $4^x*2^x=-2014$.

**5p** **5.** Determinaţi cel mai mare număr natural $n$ pentru care $n*n\le n$.

**5p** **6.** Arătaţi că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}}*\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

## SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **1.** Arătați că $\det A=-6$.

**5p** **2.** Arătați că $A\cdot B=I_2$, unde matricea $B=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6}\end{pmatrix}$.

**5p** **3.** Arătați că $A\cdot A-4A=6I_2$.

**5p** **4.** Determinaţi numerele reale $x$, ştiind că $\det(A-xI_2)=-1$.

**5p** **5.** Determinaţi numărul real $a$, știind că $A\cdot A\cdot A=aA+24I_2$.

**5p** **6.** Determinați numerele reale $a$ și $b$ pentru care $A\cdot X=X\cdot A$, unde $X=\begin{pmatrix}2 & 1\\ a & b\end{pmatrix}$.

**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**

**Matematică *M_pedagogic***
**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Test 11**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\left(2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right):\frac{17}{9}=\left(2-\frac{1}{9}\right):\frac{17}{9}=\frac{18-1}{9}:\frac{17}{9}=$ | **3p** |
| | $=\frac{17}{9}:\frac{17}{9}=1$ | **2p** |
| **2.** | $f(2)=8+a$ | **2p** |
| | $f(-2)=-8+a \Rightarrow f(2)-f(-2)=8+a-(-8+a)=16$, pentru orice număr real $a$ | **3p** |
| **3.** | $x^2+3=4x \Leftrightarrow x^2-4x+3=0$ | **3p** |
| | $x=1$ sau $x=3$ | **2p** |
| **4.** | După prima scumpire cu $5\%$, preţul obiectului este $120+\frac{5}{100}\cdot 120=126$ de lei | **2p** |
| | După a doua scumpire cu $5\%$, preţul obiectului este $126+\frac{5}{100}\cdot 126=132,3$ de lei | **3p** |
| **5.** | $C(3,0)$ | **2p** |
| | $OC=3$ | **3p** |
| **6.** | $\Delta ABC$ este dreptunghic în $A$, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{5\cdot 5}{2}=$ | **3p** |
| | $=12,5$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $2000*20=2000+20-2020=$ | **3p** |
| | $=2020-2020=0$ | **2p** |
| **2.** | $(x*y)*z=(x+y-2020)*z=(x+y-2020)+z-2020=x+y+z-4040$, pentru orice numere reale $x$, $y$ și $z$ | **2p** |
| | $x*(y*z)=x*(y+z-2020)=x+(y+z-2020)-2020=x+y+z-4040=(x*y)*z$, pentru orice numere reale $x$, $y$ și $z$, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă | **3p** |
| **3.** | $a*(a+2020)=a+(a+2020)-2020=2a$, pentru orice număr real $a$ | **2p** |
| | $(a+1010)*(a+1010)=(a+1010)+(a+1010)-2020=2a=a*(a+2020)$, pentru orice număr real $a$ | **3p** |
| **4.** | $4^x+2^x-2020=-2014 \Leftrightarrow 4^x+2^x-6=0 \Leftrightarrow (2^x+3)(2^x-2)=0$ | **3p** |
| | Cum $2^x>0$, obținem $x=1$ | **2p** |
| **5.** | $n*n\le n \Leftrightarrow n+n-2020\le n \Leftrightarrow n\le 2020$ | **3p** |
| | $n=2020$ este cel mai mare număr natural pentru care $n*n\le n$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **6.** | $\frac{2}{3-\sqrt{5}} * \frac{2}{3+\sqrt{5}} = \frac{2}{3-\sqrt{5}} + \frac{2}{3+\sqrt{5}} - 2020 =$ | **2p** |
| | $= \frac{2\left(3+\sqrt{5}\right)+2\left(3-\sqrt{5}\right)}{4} - 2020 = 3 - 2020 = -2017$, care este număr întreg | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 3 \cdot 3 =$ | **3p** |
| | $= 3 - 9 = -6$ | **2p** |
| **2.** | $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 \cdot \frac{1}{2} & 1 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \\ 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 \cdot \frac{1}{2} & 3 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \end{pmatrix} =$ | **3p** |
| | $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ | **2p** |
| **3.** | $A \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}$, $4A = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 12 \end{pmatrix}$ | **2p** |
| | $A \cdot A - 4A = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = 6I_2$ | **3p** |
| **4.** | $A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A - xI_2\right) = \begin{vmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{vmatrix} = x^2 - 4x - 6$, pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| | $x^2 - 4x - 6 = -1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 5$ | **3p** |
| **5.** | $A \cdot A = 4A + 6I_2 \Rightarrow \left(A \cdot A\right) \cdot A = \left(4A + 6I_2\right) \cdot A = 4A \cdot A + 6A = 4\left(4A + 6I_2\right) + 6A = 22A + 24I_2$ | **3p** |
| | $22A + 24I_2 = aA + 24I_2 \Leftrightarrow a = 22$ | **2p** |
| **6.** | $A \cdot X = \begin{pmatrix} 2+3a & 1+3b \\ 6+3a & 3+3b \end{pmatrix}$, $X \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ a+3b & 3a+3b \end{pmatrix}$ | **2p** |
| | $\begin{pmatrix} 2+3a & 1+3b \\ 6+3a & 3+3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ a+3b & 3a+3b \end{pmatrix}$, de unde obținem $a = 1$ și $b = \frac{8}{3}$, care convin | **3p** |