

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 12

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{16} + \sqrt{49} - \sqrt{121} = 0$.
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $5(x+2) \leq 15$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x-8) = \frac{1}{\log_2 3}$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(6,8)$ și $C(6,4)$. Arătați că patrulaterul $ABCO$ este paralelogram.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$, $AB = 8$ și $AC = 8$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 15$.

- 5p 1. Arătați că $(-2) * 17 = 0$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p 3. Arătați că $(1 * 2) * (8 * 9) = (1 * 9) * (2 * 8)$.
- 5p 4. Determinați numărul real x pentru care $(x * x) * x = x$.
- 5p 5. Determinați numărul real x pentru care $9^x * 3^x = -3$.
- 5p 6. Demonstrați că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -13$, pentru orice număr real nenul x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det(A(1)) = -5$.
- 5p 2. Determinați numerele reale a , știind că $\det(aA(a)) = 0$.
- 5p 3. Arătați că $\det(A(a) \cdot B - B \cdot A(a)) = -9$, pentru orice număr real a .
- 5p 4. Demonstrați că $A(a-1) + A(a+1) = 2A(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p 5. Determinați numărul real a , știind că $\det(A(a) + B) = a$.
- 5p 6. Determinați numărul natural nenul n pentru care $A(1) + A(2) + \dots + A(n) = 11A(6)$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 12

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{16} = 4, \sqrt{49} = 7, \sqrt{121} = 11$ $\sqrt{16} + \sqrt{49} - \sqrt{121} = 4 + 7 - 11 = 0$	3p 2p
2.	$x + 2 \leq 3$ $x \leq 1$, deci $x \in (-\infty, 1]$	2p 3p
3.	$\log_3(2x - 8) = \log_3 2 \Rightarrow 2x - 8 = 2$ $x = 5$, care convine	3p 2p
4.	După prima ieftinire cu 10% , prețul obiectului este $100 - \frac{10}{100} \cdot 100 = 90$ de lei După a doua ieftinire cu 10% , prețul obiectului este $90 - \frac{10}{100} \cdot 90 = 81$ de lei	3p 2p
5.	Mijlocul segmentului AC are coordonatele $\frac{x_A + x_C}{2} = 3$ și $\frac{y_A + y_C}{2} = 4$ Mijlocul segmentului OB are coordonatele $\frac{x_O + x_B}{2} = 3$ și $\frac{y_O + y_B}{2} = 4 \Rightarrow AC$ și OB au același mijloc, deci $ABCO$ este paralelogram	2p 3p
6.	$\triangle ABC$ este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} =$ $= \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-2) * 17 = (-2) + 17 - 15 =$ $= 15 - 15 = 0$	3p 2p
2.	$(x * y) * z = (x + y - 15) * z = (x + y - 15) + z - 15 = x + y + z - 30$, pentru orice numere reale x, y și z $x * (y * z) = x * (y + z - 15) = x + (y + z - 15) - 15 = x + y + z - 30 = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x, y și z , deci legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă	2p 3p
3.	$(1 * 2) * (8 * 9) = (1 + 2 - 15) * (8 + 9 - 15) = (-12) * 2 = -12 + 2 - 15 = -25$ $(1 * 9) * (2 * 8) = (1 + 9 - 15) * (2 + 8 - 15) = (-5) * (-5) = -5 - 5 - 15 = -25 = (1 * 2) * (8 * 9)$	2p 3p
4.	$x * x = 2x - 15$, $(x * x) * x = 3x - 30$, pentru orice număr real x $3x - 30 = x \Leftrightarrow x = 15$	3p 2p
5.	$9^x + 3^x - 15 = -3 \Leftrightarrow (3^x + 4)(3^x - 3) = 0$ Cum $3^x > 0$, obținem $x = 1$	3p 2p

6.	$x^2 * \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 15$, pentru orice număr real nenul x	2p
	Pentru orice număr real nenul x , $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \geq 0$, deci $x^2 + \frac{1}{x^2} - 15 \geq -13$, de unde obținem $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -13$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 =$	3p
	$= 1 - 6 = -5$	2p
2.	$aA(a) = \begin{pmatrix} a & 2a \\ 3a & a^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(aA(a)) = \begin{vmatrix} a & 2a \\ 3a & a^2 \end{vmatrix} = a^3 - 6a^2$, pentru orice număr real a	3p
	$a^3 - 6a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ sau $a = 6$	2p
3.	$A(a) \cdot B - B \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3+a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2+a \\ 3 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1-a \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	3p
	$\det(A(a) \cdot B - B \cdot A(a)) = \begin{vmatrix} -3 & 1-a \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = (-3) \cdot 3 - 0 \cdot (1-a) = -9$, pentru orice număr real a	2p
4.	$A(a-1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a-1 \end{pmatrix}$, $A(a+1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a+1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	2p
	$A(a-1) + A(a+1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 2a \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix} = 2A(a)$, pentru orice număr real a	3p
5.	$A(a) + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & a+1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) + B) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & a+1 \end{vmatrix} = 2a - 7$, pentru orice număr real a	3p
	$2a - 7 = a \Leftrightarrow a = 7$	2p
6.	$A(1) + A(2) + \dots + A(n) = \begin{pmatrix} n & 2n \\ 3n & 1+2+\dots+n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & 2n \\ 3n & \frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \frac{n+1}{2} \end{pmatrix} = nA\left(\frac{n+1}{2}\right)$	3p
	$nA\left(\frac{n+1}{2}\right) = 11A(6)$, de unde obținem $n = 11$, care convine	2p