Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 13

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $4\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=1$.
5p	**2.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x, pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $11^{4x^2+3x}=11$.
5p	**4.** O firmă folosește 5000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(7,4)$ și $C(1,4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\sin^2 30°+\cos^2 60°-\cos 60°=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+50$.
5p	**1.** Arătați că $(-1)\circ 1=50$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=-50$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x^2\circ x=92$.
5p	**5.** Demonstrați că $\left(x^2-y-50\right)\circ\left(x-y^2\right)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m și n, știind că $\left(\left(m^2-n-50\right)\circ\left(m-n^2\right)\right)\circ(m-n)=57$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1&a^2\\a^2&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real pozitiv.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(0))=1$.
5p	**2.** Determinați numărul real pozitiv a pentru care $\det(A(a))=0$.
5p	**3.** Arătați că $A(1)\cdot A(1)-2A(1)=O_2$.
5p	**4.** Determinați numărul real pozitiv a pentru care $A\left(\sqrt{2}\right)\cdot A(a)=3A(1)$.
5p	**5.** Demonstrați că $\det(A(a)-A(0))\leq 0$, pentru orice număr real pozitiv a.
5p	**6.** Determinați perechile (a,b) de numere reale pozitive, știind că $A\left(\sqrt{a}\right)\cdot A\left(\sqrt{b}\right)=A(2)+A\left(\frac{1}{2}\right)$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 13

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$, $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$	**3p**
	$4\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=1$	**2p**
2.	$f(x)\geq g(x)\Leftrightarrow 4x+1\geq x+4$	**2p**
	$x\geq 1\Leftrightarrow x\in[1,+\infty)$	**3p**
3.	$4x^2+3x=1\Leftrightarrow 4x^2+3x-1=0$	**3p**
	$x=-1$ sau $x=\frac{1}{4}$	**2p**
4.	$\frac{5}{100}\cdot x=5000$, unde x este profitul anual al firmei	**3p**
	$x=100\ 000$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(7-4)^2+(4-0)^2}=5$, $AC=\sqrt{(1-4)^2+(4-0)^2}=5$	**2p**
	$BC=6\Rightarrow P_{\Delta ABC}=5+5+6=16$	**3p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ-\cos 60^\circ=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)\circ 1=(-1)+1+50=$	**3p**
	$=0+50=50$	**2p**
2.	$(x\circ y)\circ z=(x+y+50)\circ z=(x+y+50)+z+50=x+y+z+100$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=x\circ(y+z+50)=x+(y+z+50)+50=x+y+z+100=(x\circ y)\circ z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$\circ$” este asociativă	**3p**
3.	$x\circ(-50)=x+(-50)+50=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(-50)\circ x=(-50)+x+50=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-50$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
4.	$x^2+x+50=92\Leftrightarrow x^2+x-42=0$	**3p**
	$x=-7$ sau $x=6$	**2p**
5.	$(x^2-y-50)\circ(x-y^2)=x^2-y-50+x-y^2+50=$	**2p**
	$=x^2-y^2+x-y=(x-y)(x+y)+(x-y)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**

6.	$\left(\left(m^2-n-50\right)\circ\left(m-n^2\right)\right)\circ(m-n)=\left((m-n)(m+n+1)\right)\circ(m-n)=(m-n)(m+n+2)+50$	**2p**
	$(m-n)(m+n+2)=7$ și, cum m și n sunt numere naturale, obținem $m=3$, $n=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-0\cdot 0=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
2.	$\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}1 & a^2\\ a^2 & 1\end{vmatrix}=1-a^4$, pentru orice număr real pozitiv a	**2p**
	$\det\left(A(a)\right)=0\Leftrightarrow\left(1-a^2\right)\left(1+a^2\right)=0\Leftrightarrow 1-a^2=0\Leftrightarrow a=-1$, care nu convine, sau $a=1$, care convine	**3p**
3.	$A(1)\cdot A(1)-2A(1)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
4.	$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & a^2\\ a^2 & 1\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1+2a^2 & a^2+2\\ 2+a^2 & 2a^2+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}\Leftrightarrow a^2=1$	**3p**
	Cum a este număr real pozitiv, obținem $a=1$	**2p**
5.	$A(a)-A(0)=\begin{pmatrix}0 & a^2\\ a^2 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(a)-A(0)\right)=\begin{vmatrix}0 & a^2\\ a^2 & 0\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=-a^4\leq 0$, pentru orice număr real pozitiv a	**2p**
6.	$A\left(\sqrt{a}\right)\cdot A\left(\sqrt{b}\right)=\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & b\\ b & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+ab & b+a\\ a+b & ab+1\end{pmatrix}$, $A(2)+A\left(\frac{1}{2}\right)=\begin{pmatrix}2 & \frac{17}{4}\\ \frac{17}{4} & 2\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}1+ab & b+a\\ a+b & ab+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & \frac{17}{4}\\ \frac{17}{4} & 2\end{pmatrix}\Leftrightarrow ab=1$ și $a+b=\frac{17}{4}$, obținem perechile $\left(\frac{1}{4},4\right)$ și $\left(4,\frac{1}{4}\right)$	**3p**