

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 14

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{108} = 0$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3 - 2x$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{8-3x} = 25$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 și 5.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,4)$ și $C(5,8)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p** 6. Calculați $E = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos 60^\circ - \sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - (x + y) + 1$.

- 5p** 1. Arătați că $1 \circ 2020 = 0$.
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p** 3. Demonstrați că $x \circ y = (x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $(x-1) \circ x = 0$.
- 5p** 5. Arătați că $x^2 \circ x^2 = (x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x .
- 5p** 6. Determinați perechile (a,b) de numere naturale, știind că $a \circ b = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = xI_2 + A$, unde x este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** 2. Determinați numerele reale x pentru care $\det(M(x)) = 16$.
- 5p** 3. Arătați că $M(-1) + M(0) + M(1) = 3A$.
- 5p** 4. Demonstrați că $M(x) \cdot M(y) = xyI_2 + (x+y)A$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 5. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $\det(M(x) - xA) \leq 3x - 2$.
- 5p** 6. Determinați numărul natural n pentru care $M(1) + M(2) + \dots + M(n) = 9M(5)$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 14

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{108} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} =$ $= \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$	3p 2p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 3x - 2 = 3 - 2x \Leftrightarrow 5x = 5$ Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 1$ și $y = 1$	3p 2p
3.	$8 - 3x = 2$ $x = 2$	3p 2p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $2 \cdot 5 = 10$ numere	2p 3p
5.	$AB = 4$ $BC = 4$, deci triunghiul ABC este isoscel	2p 3p
6.	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $E = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{1}{2} - \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$1 \circ 2020 = 1 \cdot 2020 - (1 + 2020) + 1 =$ $= 2020 - 2021 + 1 = 0$	3p 2p
2.	$x \circ y = xy - (x + y) + 1 =$ $= yx - (y + x) + 1 = y \circ x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ \circ ” este comutativă	2p 3p
3.	$x \circ y = xy - x - y + 1 =$ $= x(y - 1) - (y - 1) = (x - 1)(y - 1)$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
4.	$(x - 2)(x - 1) = 0$ $x = 1$ sau $x = 2$	3p 2p
5.	$x^2 \circ x^2 = (x^2 - 1)(x^2 - 1) =$ $= (x - 1)(x + 1)(x - 1)(x + 1) = (x - 1)^2 (x + 1)^2$, pentru orice număr real x	2p 3p
6.	$(a - 1)(b - 1) = 3$ Cum a și b sunt numere naturale, obținem $(2, 4)$ sau $(4, 2)$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - (-4) \cdot 1 =$ $= -4 + 4 = 0$	3p 2p
----	---	----------

2.	$M(x) = \begin{pmatrix} 2+x & 1 \\ -4 & -2+x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(x)) = \begin{vmatrix} 2+x & 1 \\ -4 & -2+x \end{vmatrix} = x^2, \text{ pentru orice număr real } x$ $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = -4 \text{ sau } x = 4$	3p 2p
3.	$M(-1) + M(0) + M(1) = (-1) \cdot I_2 + A + 0 \cdot I_2 + A + 1 \cdot I_2 + A =$ $= -I_2 + A + A + I_2 + A = 3A$	3p 2p
4.	$M(x) \cdot M(y) = (xI_2 + A)(yI_2 + A) = xyI_2 + xA + yA + A \cdot A, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$ $A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ deci } M(x) \cdot M(y) = xyI_2 + (x+y)A, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	2p 3p
5.	$M(x) - xA = \begin{pmatrix} 2-x & 1-x \\ -4+4x & 3x-2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(x) - xA) = x^2, \text{ pentru orice număr real } x$ $x^2 \leq 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [1, 2]$	2p 3p
6.	$M(1) + M(2) + \dots + M(n) = (1+2+\dots+n)I_2 + nA = \frac{n(n+1)}{2}I_2 + nA = n \left(\frac{n+1}{2}I_2 + A \right) = nM \left(\frac{n+1}{2} \right)$ $nM \left(\frac{n+1}{2} \right) = 9M(5), \text{ deci } n = 9, \text{ care convine}$	3p 2p