Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 15

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)^2-\left(2\sqrt{2}-3\right)=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)\le 2$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4\left(x^3+1\right)=\log_4 9$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1,2,3,4,5\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,4)$ și $B(-6,4)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului OM, unde M este mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AB=7$ și $m(\sphericalangle B)=60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-4(x+y)+20$.
5p	**1.** Arătați că $4*2020=4$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\le 5$.
5p	**4.** Arătați că $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $4^x*x=4$.
5p	**6.** Arătați că $1*2*3*4*\ldots*2020=4$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(M(2))=-5$.
5p	**2.** Demonstrați că $M(x)+M(x+2)=2M(x+1)$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(M(x))=0$.
5p	**4.** Arătați că $M(x)\cdot M(y)=M(y)\cdot M(x)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot M(-x)=M(0)$.
5p	**6.** Determinați numărul natural nenul n, știind că suma numerelor întregi x care verifică inegalitatea $\det(nM(x)-xM(n))\le n^2$ este egală cu 36.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 15

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)^2-\left(2\sqrt{2}-3\right)=(2-1)-\left(2-2\sqrt{2}+1\right)-\left(2\sqrt{2}-3\right)=$ $=1-3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3=1$	**3p** **2p**
2.	$x-5\le 2$ $x\le 7$, deci $x\in(-\infty,7]$	**2p** **3p**
3.	$x^3+1=9\Leftrightarrow x^3=8$ $x=2$, care convine	**3p** **2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 5 moduri Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 4 moduri, iar, pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor poate fi aleasă în câte 3 moduri, deci se pot forma $5\cdot 4\cdot 3=60$ de numere	**2p** **3p**
5.	$x_M=\frac{6+(-6)}{2}=0$, $y_M=\frac{4+4}{2}=4$, deci $M(0,4)$ $N(0,2)$, unde punctul N este mijlocul segmentului OM	**3p** **2p**
6.	$\cos B=\frac{AB}{BC}\Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{7}{BC}$ $BC=14$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$4*2020=4\cdot 2020-4(4+2020)+20=$ $=4\cdot 2020-4\cdot 4-4\cdot 2020+20=-16+20=4$	**2p** **3p**
2.	$x*y=xy-4x-4y+16+4=$ $=x(y-4)-4(y-4)+4=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
3.	$(x-4)^2+4\le 5\Leftrightarrow (x-4)^2\le 1$ $x\in[3,5]$	**3p** **2p**
4.	$x*5=(x-4)(5-4)+4=x-4+4=x$, pentru orice număr real x $5*x=(5-4)(x-4)+4=x-4+4=x$, pentru orice număr real x, deci $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**2p** **3p**
5.	$\left(4^x-4\right)(x-4)+4=4\Leftrightarrow\left(4^x-4\right)(x-4)=0$ $x=1$ sau $x=4$	**3p** **2p**
6.	$x*4=4$, $4*y=4$, unde x și y sunt numere reale $((1*2*3)*4)*5*\ldots*2020=4*(5*6*\ldots*2020)=4$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$M(2)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(2))=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{vmatrix}=1\cdot 3-4\cdot 2=$ $=3-8=-5$	**3p** **2p**
2.	$M(x)+M(x+2)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & x+2\\ 2x+4 & x+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 2x+2\\ 4x+4 & 2x+4\end{pmatrix}=$ $=2\begin{pmatrix}1 & x+1\\ 2(x+1) & x+1+1\end{pmatrix}=2M(x+1)$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**
3.	$\det(M(x))=\begin{vmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{vmatrix}=x+1-2x^2$, pentru orice număr real x $2x^2-x-1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$ sau $x=1$	**2p** **3p**
4.	$M(x)\cdot M(y)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & y\\ 2y & y+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+2xy & y+xy+x\\ 2x+2xy+2y & 3xy+x+y+1\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}1+2yx & x+yx+y\\ 2y+2yx+2x & 3yx+y+x+1\end{pmatrix}=M(y)\cdot M(x)$, pentru orice numere reale x și y	**3p** **2p**
5.	$M(x)\cdot M(-x)=\begin{pmatrix}1-2x^2 & -x^2\\ -2x^2 & -3x^2+1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix}1-2x^2 & -x^2\\ -2x^2 & -3x^2+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, de unde obţinem $x=0$, care convine	**3p** **2p**
6.	$nM(x)-xM(n)=\begin{pmatrix}n-x & 0\\ 0 & n-x\end{pmatrix} \Rightarrow \det(nM(x)-xM(n))=(n-x)^2$, de unde obținem $(n-x)^2 \le n^2 \Leftrightarrow x^2-2nx \le 0 \Leftrightarrow x\in[0,2n]$, $n\in\mathbb{N}^*$, $x\in\mathbb{Z}$ $0+1+2+\ldots+2n=36 \Leftrightarrow \frac{2n(2n+1)}{2}=36 \Leftrightarrow 2n^2+n-36=0$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=4$	**3p** **2p**