Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 16

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{31}{16}=1$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx+1$, unde m este număr real. Determinaţi numărul real m pentru care $f(2)+f(1)=-1$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{x^2+1}=7^{4x-2}$.

5p **4.** Preţul unui obiect este 80 de lei. Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,4)$ şi $B(5,-4)$. Determinaţi aria triunghiului AOB.

5p **6.** Calculaţi perimetrul triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A)=60^\circ$, $m(\sphericalangle B)=60^\circ$ şi $BC=10$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-9$.

5p **1.** Arătaţi că $2*7=0$.

5p **2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

5p **3.** Demonstraţi că $x*(x+9)=(x+5)*(x+4)$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Determinaţi numărul real x pentru care $5^x*25^x=21$.

5p **5.** Determinaţi numerele naturale n pentru care $(n*n)*n<-12$.

5p **6.** Arătaţi că numărul $\frac{3}{2-\sqrt{3}}*\frac{3}{2+\sqrt{3}}$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&-1\\3&0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $M(x,y)=\begin{pmatrix}x&y\\3&4\end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.

5p **1.** Arătaţi că $\det A=3$.

5p **2.** Determinaţi numerele reale x şi y astfel încât $M(x,y)=A+4I_2$.

5p **3.** Determinaţi numărul real y pentru care $\det\left(M(0,y)\right)=9$.

5p **4.** Arătaţi că $A\cdot A\cdot A-A\cdot A=-3A$.

5p **5.** Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $A\cdot M(x,y)=M(x,y)\cdot A$.

5p **6.** Demonstraţi că, dacă m şi n sunt numere întregi pentru care $M(m,-n)\cdot M(-m,n)=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$, atunci numărul $N=m-n$ este pătratul unui număr natural.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 16

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{31}{16}=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right):\frac{31}{16}=\frac{16+8+4+2+1}{16}:\frac{31}{16}=$	**3p**
	$=\frac{31}{16}:\frac{31}{16}=1$	**2p**
2.	$f(2)+f(1)=2m+1+m+1=3m+2$, pentru orice număr real m	**2p**
	$3m+2=-1$, deci $m=-1$	**3p**
3.	$x^2+1=4x-2 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=3$	**2p**
4.	După prima scumpire cu 10%, prețul obiectului este $80+\frac{10}{100}\cdot 80=88$ de lei	**2p**
	După a doua scumpire cu 10%, prețul obiectului este $88+\frac{10}{100}\cdot 88=96{,}8$ de lei	**3p**
5.	$AB=8$, $d(O,AB)=5$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AOB}=\frac{AB\cdot d(O,AB)}{2}=\frac{8\cdot 5}{2}=20$	**3p**
6.	ΔABC este echilateral	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=3\cdot BC=3\cdot 10=30$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2*7=2+7-9=$	**3p**
	$=9-9=0$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-9)*z=(x+y-9)+z-9=x+y+z-18$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-9)=x+(y+z-9)-9=x+y+z-18=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$x*(x+9)=x+(x+9)-9=2x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(x+5)*(x+4)=(x+5)+(x+4)-9=2x=x*(x+9)$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$5^x+25^x-9=21 \Leftrightarrow 5^{2x}+5^x-30=0 \Leftrightarrow (5^x+6)(5^x-5)=0$	**3p**
	Cum $5^x>0$, obținem $x=1$	**2p**
5.	$(n*n)*n=3n-18$, pentru orice număr natural n	**2p**
	$3n-18<-12 \Leftrightarrow n<2$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**3p**
6.	$\frac{3}{2-\sqrt{3}}*\frac{3}{2+\sqrt{3}}=\frac{3}{2-\sqrt{3}}+\frac{3}{2+\sqrt{3}}-9=$	**2p**
	$=\frac{3(2+\sqrt{3})+3(2-\sqrt{3})}{4-3}-9=12-9=3$, care este număr natural	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-(-1)\cdot 3=$	**3p**
	$=0+3=3$	**2p**
2.	$\begin{pmatrix}x & y\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x & y\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$	**3p**
	$x=5$ şi $y=-1$	**2p**
3.	$\det\left(M(0,y)\right)=\begin{vmatrix}0 & y\\ 3 & 4\end{vmatrix}=0\cdot 4-y\cdot 3=-3y$, pentru orice număr real y	**3p**
	$-3y=9\Leftrightarrow y=-3$	**2p**
4.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 3 & -3\end{pmatrix}$, $A\cdot A\cdot A=\begin{pmatrix}-5 & 2\\ -6 & -3\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot A\cdot A-A\cdot A=\begin{pmatrix}-5 & 2\\ -6 & -3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 3 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & 3\\ -9 & 0\end{pmatrix}=-3\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}=-3A$	**3p**
5.	$A\cdot M(x,y)=\begin{pmatrix}x-3 & y-4\\ 3x & 3y\end{pmatrix}$, $M(x,y)\cdot A=\begin{pmatrix}x+3y & -x\\ 15 & -3\end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x şi y	**2p**
	$\begin{pmatrix}x-3 & y-4\\ 3x & 3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+3y & -x\\ 15 & -3\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=5$ şi $y=-1$	**3p**
6.	$M(m,-n)\cdot M(-m,n)=\begin{pmatrix}m & -n\\ 3 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-m & n\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-m^2-3n & mn-4n\\ -3m+12 & 3n+16\end{pmatrix}$, pentru orice numere întregi m şi n	**3p**
	$\begin{pmatrix}-m^2-3n & mn-4n\\ -3m+12 & 3n+16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow m=4$ şi $n=-5$, deci $N=4-(-5)=9=3^2$	**2p**