Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 17

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\sqrt{63}-\sqrt{28}-\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+1\right)+\sqrt{81}=2$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-2x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x-5)=\dfrac{1}{\log_2 5}$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare, de două cifre, se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5 și 6.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,3)$, $B(8,0)$ și $C(4,-3)$. Arătați că patrulaterul $AOCB$ este romb.

5p **6.** Arătați că $\sin 30°-\sin 45°\cdot\cos 45°=0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+xy$.

5p **1.** Arătaţi că $(-10)*10=-100$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **3.** Verificați dacă $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **4.** Arătați că $x*x=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Determinaţi numerele reale x pentru care $(x*x)*(x*x)=0$.

5p **6.** Demonstrați că $x*(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det\left(A(0)\right)=-2$.

5p **2.** Determinați numerele reale a, știind că $\det\left(A(a)\right)=0$.

5p **3.** Arătați că $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=\left(a^2+a-2\right)I_2$, pentru orice număr real a.

5p **4.** Demonstrați că $A(5a-1)+A(5a+1)=2A(5a)$, pentru orice număr real a.

5p **5.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care $\det\left(A(a)-I_2\right)<0$.

5p **6.** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n, numărul natural $\det\left(A(n)\right)$ este par.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 17

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{63}-\sqrt{28}-\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+1\right)+\sqrt{81}=3\sqrt{7}-2\sqrt{7}-7-\sqrt{7}+9=$	**3p**
	$=9-7=2$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 2x+1=5-2x\Leftrightarrow 4x=4$	**3p**
	$x=1$ și $y=f(1)=3$	**2p**
3.	$\log_5(x-5)=\log_5 2\Rightarrow x-5=2$	**3p**
	$x=7$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 3 moduri	**3p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 6 moduri, deci se pot forma $3\cdot 6=18$ numere	**2p**
5.	Mijlocul segmentului AC are coordonatele $\frac{x_A+x_C}{2}=4$ și $\frac{y_A+y_C}{2}=0$	**2p**
	Mijlocul segmentului OB are coordonatele $\frac{x_O+x_B}{2}=4$ și $\frac{y_O+y_B}{2}=0\Rightarrow AC$ și OB au același mijloc, deci $AOCB$ este paralelogram și, cum $AO=OC$, obținem $AOCB$ romb	**3p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\sin 30^\circ-\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-10)*10=(-10)+10+(-10)\cdot 10=$	**3p**
	$=-10+10-100=-100$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y+xy)*z=(x+y+xy)+z+(x+y+xy)z=x+y+z+xy+xz+yz+xyz$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z+yz)=x+(y+z+yz)+x(y+z+yz)=x+y+z+xy+xz+yz+xyz=$ $=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziţie „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$x*0=x+0+x\cdot 0=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$0*x=0+x+0\cdot x=x$, pentru orice număr real x, deci $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$x*x=x+x+x\cdot x=2x+x^2=$	**3p**
	$=x^2+2x+1-1=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real x	**2p**
5.	$(x*x)*(x*x)=(x+1)^4-1$, pentru orice număr real x	**3p**
	$(x+1)^4=1\Leftrightarrow x=-2$ sau $x=0$	**2p**

6.	$x*(x+1)-x=x+(x+1)+x(x+1)-x=x^2+2x+1=$	**3p**
	$=(x+1)^2\geq 0$, deci $x*(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}0&2\\1&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(0))=\begin{vmatrix}0&2\\1&1\end{vmatrix}=0\cdot 1-1\cdot 2=$	**3p**
	$=0-2=-2$	**2p**
2.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a&2\\1&a+1\end{vmatrix}=a^2+a-2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2+a-2=0\Leftrightarrow a=-2$ sau $a=1$	**2p**
3.	$(2a+1)A(a)=\begin{pmatrix}2a^2+a&4a+2\\2a+1&2a^2+3a+1\end{pmatrix}$, $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a^2+2&4a+2\\2a+1&a^2+2a+3\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	$(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a^2+a-2&0\\0&a^2+a-2\end{pmatrix}=(a^2+a-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=(a^2+a-2)I_2$, pentru orice număr real a	**3p**
4.	$A(5a-1)=\begin{pmatrix}5a-1&2\\1&5a\end{pmatrix}$, $A(5a+1)=\begin{pmatrix}5a+1&2\\1&5a+2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	$A(5a-1)+A(5a+1)=\begin{pmatrix}10a&4\\2&10a+2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}5a&2\\1&5a+1\end{pmatrix}=2A(5a)$, pentru orice număr real a	**3p**
5.	$A(a)-I_2=\begin{pmatrix}a-1&2\\1&a\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(a)-I_2)=a^2-a-2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$a^2-a-2<0\Leftrightarrow a\in(-1,2)$	**3p**
6.	$\det(A(n))=n^2+n-2=n(n+1)-2$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	Pentru orice număr natural nenul n, numărul $n(n+1)$ este par, deoarece numerele naturale nenule n și $n+1$ sunt consecutive, deci numărul natural $\det(A(n))$ este par	**3p**