

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 18

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{22 + (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{22 - (\sqrt{2})^2}{5} = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(3x + 1) \leq f(x)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x = \sqrt{3x - 2}$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 20% prețul unui obiect este 28 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3, 4)$ și dreapta d de ecuație $y = 2x - 1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta d .
- 5p 6. Calculați aria triunghiului isoscel ABC , știind că $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ și $BC = 8$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 6^x \cdot 6^y$.

- 5p 1. Arătați că $(-2020) * 2020 = 1$.
- 5p 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Verificați dacă $x * (-x) = 1$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Determinați numărul real x pentru care $x * x = 36$.
- 5p 5. Determinați numărul real x pentru care $(x - 6) * (6 - x) = 6^x$.
- 5p 6. Dați exemplul de numere iraționale p și q pentru care numărul $p * q$ este rațional.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = aA + I_2$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det A = 5$.
- 5p 2. Arătați că $A \cdot A - 4A + 5I_2 = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 3. Calculați $M(1) \cdot M(-1)$.
- 5p 4. Arătați că $M(a - 1) + M(a + 1) = 2M(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care $M(a) \cdot M(a) = M(0)$.
- 5p 6. Demonstrați că $\det(M(a)) > 0$, pentru orice număr real a .

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 18

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{22 + (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{22 - (\sqrt{2})^2}{5} = \frac{22+2}{4} - \frac{22-2}{5} = \frac{24}{4} - \frac{20}{5} = 6 - 4 = 2$	3p 2p
2.	$f(3x+1) \leq f(x) \Leftrightarrow 2(3x+1)+3 \leq 2x+3 \Leftrightarrow 4x+2 \leq 0$ $x \leq -\frac{1}{2}, \text{ deci } x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$	2p 3p
3.	$x^2 = 3x - 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$ $x = 1$ sau $x = 2$, care convin	3p 2p
4.	$p - \frac{20}{100} \cdot p = 28$, unde p este prețul obiectului înainte de ieftinire $p = 35$ de lei	3p 2p
5.	Panta dreptei paralele cu dreapta d este egală cu 2 Ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $y = 2x - 2$	2p 3p
6.	Înălțimea triunghiului este egală cu 4 $A_{\Delta ABC} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-2020) * 2020 = 6^{-2020} \cdot 6^{2020} = 6^{-2020+2020} = 6^0 = 1$	3p 2p
2.	$x * y = 6^x \cdot 6^y = 6^y \cdot 6^x = y * x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x * (-x) = 6^x \cdot 6^{-x} = 6^{x+(-x)} = 6^0 = 1$, pentru orice număr real x	3p 2p
4.	$6^x \cdot 6^x = 36 \Leftrightarrow 6^{x+x} = 6^2 \Leftrightarrow 2x = 2$ $x = 1$	3p 2p
5.	$6^{(x-6)+(6-x)} = 6^x \Leftrightarrow 6^0 = 6^x$ $x = 0$	3p 2p
6.	$p * q = 6^p \cdot 6^q = 6^{p+q}$ De exemplu, pentru $p = \sqrt{2} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ și $q = -\sqrt{2} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$, avem $p * q = 6^{\sqrt{2}-\sqrt{2}} = 6^0 = 1 \in \mathbb{Q}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1) =$ $= 4 + 1 = 5$	3p
		2p
2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, 4A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}, 5I_2 = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ $A \cdot A - 4A + 5I_2 = \begin{pmatrix} 3-8+5 & -4+4+0 \\ 4-4+0 & 3-8+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p
		2p
3.	$M(1) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, M(-1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ $M(1) \cdot M(-1) = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$	2p
		3p
4.	$M(a-1) + M(a+1) = (a-1)A + I_2 + (a+1)A + I_2 =$ $= 2aA + 2I_2 = 2(aA + I_2) = 2M(a), \text{ pentru orice număr real } a$	2p
		3p
5.	$M(a) \cdot M(a) = (aA + I_2)(aA + I_2) = a^2 A^2 + 2aA + I_2 = \begin{pmatrix} 3a^2 + 4a + 1 & -4a^2 - 2a \\ 4a^2 + 2a & 3a^2 + 4a + 1 \end{pmatrix}, \text{ pentru}$ <p>orice număr real a</p> $M(0) = I_2, \text{ deci } \begin{pmatrix} 3a^2 + 4a + 1 & -4a^2 - 2a \\ 4a^2 + 2a & 3a^2 + 4a + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } a = 0$	2p
		3p
6.	$\det(M(a)) = \begin{vmatrix} 2a+1 & -a \\ a & 2a+1 \end{vmatrix} = (2a+1)^2 + a^2, \text{ pentru orice număr real } a$ <p>Cum $(2a+1)^2 + a^2 > 0$, obținem $\det(M(a)) > 0$, pentru orice număr real a</p>	2p
		3p