

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 19

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}$.
- 5p 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{12-3x} = 9^{-3}$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 0)$, $B(8, 3)$ și $C(0, 3)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p 6. Arătați că $2\sin^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$.

- 5p 1. Arătați că $2020 \circ (-3) = -3$.
- 5p 2. Demonstrați că $x \circ y = (x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $(-3) \circ x = -3$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Verificați dacă $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p 5. Calculați $(-3) \circ (-2) \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ 3$.
- 5p 6. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p 1. Arătați că $\det A = 1$.
- 5p 2. Arătați că $A \cdot A - 6A = -I_2$.
- 5p 3. Determinați numerele reale x pentru care $\det(xA) = 4$.
- 5p 4. Arătați că $\det(A \cdot A - 6A + aI_2) \geq 0$, pentru orice număr real a .
- 5p 5. Determinați numerele reale m pentru care $m(\det(A + I_2) + \det(A - I_2)) = \det(mA)$.
- 5p 6. Determinați perechile (m, n) de numere întregi, știind că $\det(mA) - \det(nA) = 8$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 19

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{2-1}{2} \cdot \frac{3-1}{3} \cdot \frac{4-1}{4} \cdot \frac{5-1}{5} \cdot \frac{6-1}{6} =$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$	2p 3p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$ Abscisele punctelor de intersecție sunt $x = -2$ și $x = 0$	3p 2p
3.	$3^{12-3x} = (3^2)^{-3} \Rightarrow 12 - 3x = -6$ $x = 6$	3p 2p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 4 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 9 moduri, deci se pot forma $4 \cdot 9 = 36$ de numere	2p 3p
5.	$AB = 5$, $AC = 5$ și $BC = 8$ $P_{\triangle ABC} = 5 + 5 + 8 = 18$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $2\sin^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ = 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{2}{4} = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2020 \circ (-3) = 2020 \cdot (-3) + 3 \cdot 2020 + 3 \cdot (-3) + 6 =$ $= -9 + 6 = -3$	3p 2p
2.	$x \circ y = xy + 3x + 3y + 9 - 3 =$ $= x(y+3) + 3(y+3) - 3 = (x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
3.	$(-3) \circ x = ((-3)+3)(x+3) - 3 =$ $= 0 - 3 = -3$, pentru orice număr real x	3p 2p
4.	$x \circ (-2) = (x+3)((-2)+3) - 3 = x + 3 - 3 = x$, pentru orice număr real x $(-2) \circ x = ((-2)+3)(x+3) - 3 = x + 3 - 3 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”	2p 3p
5.	$(-3) \circ (-2) \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ 3 = (-3) \circ ((-2) \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ 3) =$ $= -3$	3p 2p
6.	$x \circ x = (x+3)^2 - 3$, deci $(x+3)^2 = 4$ $x = -5$ sau $x = -1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 =$ $= 5 - 4 = 1$	3p 2p
2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$ $A \cdot A - 6A = \begin{pmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 & 12 \\ 12 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_2$	2p 3p
3.	$xA = \begin{pmatrix} 5x & 2x \\ 2x & x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(xA) = \begin{vmatrix} 5x & 2x \\ 2x & x \end{vmatrix} = x^2$, pentru orice număr real x $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2$ sau $x = 2$	2p 3p
4.	$A \cdot A - 6A + aI_2 = \begin{pmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A \cdot A - 6A + aI_2) = \begin{vmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{vmatrix} =$ $= (a-1)^2 \geq 0$, pentru orice număr real a	3p 2p
5.	$\det(A + I_2) = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 8$, $\det(A - I_2) = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -4$, $\det(mA) = \begin{vmatrix} 5m & 2m \\ 2m & m \end{vmatrix} = m^2$ $m(\det(A + I_2) + \det(A - I_2)) = \det(mA) \Leftrightarrow 4m = m^2$, de unde obținem $m = 0$ sau $m = 4$	2p 3p
6.	$\det(mA) - \det(nA) = 8 \Leftrightarrow m^2 - n^2 = 8 \Leftrightarrow (m - n)(m + n) = 8$ Cum m și n sunt numere întregi, obținem perechile $(-3, -1)$, $(-3, 1)$, $(3, -1)$ și $(3, 1)$	2p 3p