Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{27}+\sqrt{8}}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n)\le g(n)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg\left(x^2+5\right)=\lg(4x+1)$.
5p	**4.** Un biciclist parcurge un traseu în trei etape. În prima etapă biciclistul parcurge 50% din traseu, în a doua etapă 25% din traseu, iar în a treia etapă restul de $10\,\text{km}$. Determinați lungimea traseului.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(4,4)$ și $C(3,0)$. Calculați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\cos 30°+\sin 30°-2\sin^2 45°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}+2$.
5p	**1.** Arătați că $\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificați dacă $e=1+\sqrt{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale a pentru care $a*a=2+\sqrt{2}$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $4^x*2^x=\sqrt{2}$.
5p	**6.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\left(x+\sqrt{2}\right)*\left(x-\sqrt{2}\right)\le\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&0\\3&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&x\\3&0\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}x&0\\0&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=2$.
5p	**2.** Determinați numărul real x pentru care $B+C=A$.
5p	**3.** Determinați numărul real x pentru care $\det(B-C)=0$.
5p	**4.** Demonstrați că $\det(B\cdot C-C\cdot B)=3x(x-1)^2$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Pentru $x=1$, arătați că inversa matricei B este matricea $\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$.
5p	**6.** Pentru $x=1$, rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B\cdot X\cdot C=A$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{27}+\sqrt{8}}=\left(\frac{3\sqrt{3}}{6}+\frac{2\sqrt{2}}{6}\right)\cdot\frac{6}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=$	**3p**
	$=\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}\cdot\frac{6}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=1$	**2p**
2.	$2n+1\le n+2\Leftrightarrow n\le 1$	**2p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**3p**
3.	$x^2+5=4x+1\Rightarrow x^2-4x+4=0$	**3p**
	$x=2$, care convine	**2p**
4.	$100\%-50\%-25\%=25\%$	**2p**
	$\frac{25}{100}\cdot x=10\text{km}$, unde x este lungimea traseului, deci $x=40\text{km}$	**3p**
5.	$AC=3$	**2p**
	Înălțimea din B a triunghiului ABC este egală cu 4, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{4\cdot 3}{2}=6$	**3p**
6.	$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ+\sin 30^\circ-2\sin^2 45^\circ=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}-2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-2\cdot\frac{2}{4}=2-1=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\cdot\left(-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{2}\cdot\left(-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}+2=$	**3p**
	$=-2-2+2+\sqrt{2}+2=\sqrt{2}$	**2p**
2.	$x*y=xy-\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+2+\sqrt{2}=$	**2p**
	$=x\left(y-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*\left(1+\sqrt{2}\right)=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=x-\sqrt{2}+\sqrt{2}=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\left(1+\sqrt{2}\right)*x=\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=x-\sqrt{2}+\sqrt{2}=x=x*\left(1+\sqrt{2}\right)$, pentru orice număr real x, deci $e=1+\sqrt{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$\left(a-\sqrt{2}\right)\left(a-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=2+\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(a-\sqrt{2}\right)^2=2$	**3p**
	$a=0$ sau $a=2\sqrt{2}$	**2p**
5.	$\left(4^x-\sqrt{2}\right)\left(2^x-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(4^x-\sqrt{2}\right)\left(2^x-\sqrt{2}\right)=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{4}$ sau $x=\frac{1}{2}$	**2p**

6.	$\left(x+\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}\le\sqrt{2}\Leftrightarrow x\left(x-2\sqrt{2}\right)\le 0$	**3p**
	$x\in\left[0,2\sqrt{2}\right]$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 0\\ 3 & 1\end{vmatrix}=2\cdot 1-3\cdot 0=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
2.	$B+C=\begin{pmatrix}2+x & x\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}2+x & x\\ 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 3 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=0$	**2p**
3.	$B-C=\begin{pmatrix}2-x & x\\ 3 & -1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(B-C\right)=\begin{vmatrix}2-x & x\\ 3 & -1\end{vmatrix}=-2-2x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$-2-2x=0\Leftrightarrow x=-1$	**2p**
4.	$B\cdot C=\begin{pmatrix}2x & x\\ 3x & 0\end{pmatrix}$, $C\cdot B=\begin{pmatrix}2x & x^2\\ 3 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow B\cdot C-C\cdot B=\begin{pmatrix}0 & x-x^2\\ 3x-3 & 0\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\det\left(B\cdot C-C\cdot B\right)=3\left(x-1\right)\left(x^2-x\right)=3x\left(x-1\right)^2$, pentru orice număr real x	**2p**
5.	Pentru $x=1$, obținem $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow B\cdot\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ 1 & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ 1 & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
	$\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ 1 & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}\cdot B=\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ 1 & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$, deci matricea $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ 1 & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}$ este inversa matricei B	**3p**
6.	Pentru $x=1$, obținem $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
	$X=B^{-1}\cdot A\Rightarrow X=\begin{pmatrix}1 & \frac{1}{3}\\ 0 & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}$	**3p**