Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $5\sqrt{3}-\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{75}=2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+m$, unde m este număr real**.** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(1,1)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-9}=4$.

5p **4.** După o scumpire cu 20%, urmată de o ieftinire cu 180 de lei, prețul unui obiect este 300 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(0,4)$ și $C(3,4)$. Determinați lungimea medianei din vârful C al triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ-\cos 60^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy-2(x+y)$.

5p **1.** Arătați că $(-1)\circ 1=-2$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=2(x-1)(y-1)-2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numărul real x pentru care $2\circ 2^x=0$.

5p **5.** Arătați că $(x+1)\circ(2x-1)>-4$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Determinați perechile de numere naturale (m,n), știind că $m\circ n=12$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6 & -4\\ -3 & 3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=0$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A-B=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **3.** Demonstrați că $\det(A\cdot B-I_2)=\det(B\cdot A-I_2)$.

5p **4.** Determinați numărul real x, știind că $B-A+xI_2=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$.

5p **5.** Demonstrați că $\det(I_2+aA)+\det(I_2-aA)=2$, pentru orice număr real a.

5p **6.** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $(I_2-A)\cdot X=A$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 3

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5\sqrt{3}-\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{75}=5\sqrt{3}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\sqrt{2}+2-5\sqrt{3}=$	**3p**
	$=\left(5\sqrt{3}-5\sqrt{3}\right)+\left(-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)+2=2$	**2p**
2.	$f(1)=2+m$	**2p**
	$f(1)=1\Rightarrow 2+m=1$, deci $m=-1$	**3p**
3.	$x^2-9=16\Leftrightarrow x^2-25=0$	**2p**
	$x=-5$ sau $x=5$, care convin	**3p**
4.	$x+\frac{20}{100}\cdot x-180=300$, unde x este prețul inițial al obiectului	**3p**
	$x=400$ de lei	**2p**
5.	Punctul $M\left(\frac{3}{2},2\right)$ este mijlocul segmentului AB	**2p**
	$CM=\frac{5}{2}$	**3p**
6.	$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**2p**
	$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ-\cos 60^\circ=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)\circ 1=2\cdot(-1)\cdot 1-2(-1+1)=$	**3p**
	$=-2-2\cdot 0=-2$	**2p**
2.	$x\circ y=2xy-2(x+y)=2yx-2(y+x)=$	**3p**
	$=y\circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă	**2p**
3.	$x\circ y=2xy-2x-2y+2-2=$	**2p**
	$=2x(y-1)-2(y-1)-2=2(x-1)(y-1)-2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$2(2-1)\left(2^x-1\right)-2=0\Leftrightarrow 2^x-1=1$	**3p**
	$x=1$	**2p**
5.	$(x+1)\circ(2x-1)-(-4)=2(x+1-1)(2x-1-1)-2+4=2\left(2x^2-2x+1\right)$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum $\Delta<0$, obținem $2x^2-2x+1>0$, deci $(x+1)\circ(2x-1)>-4$, pentru orice număr real x	**2p**
6.	$2(m-1)(n-1)-2=12\Leftrightarrow(m-1)(n-1)=7$	**2p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem $(m,n)=(2,8)$ sau $(m,n)=(8,2)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & -2\\ -1 & 1\end{vmatrix}=2\cdot 1-(-1)\cdot(-2)=$	**3p**
	$=2-2=0$	**2p**
2.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}6 & -6\\ -3 & 3\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A-B=\begin{pmatrix}6 & -6\\ -3 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & -4\\ -3 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
3.	$A\cdot B=\begin{pmatrix}18 & -14\\ -9 & 7\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot B-I_2=\begin{pmatrix}17 & -14\\ -9 & 6\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A\cdot B-I_2\right)=-24$	**2p**
	$B\cdot A=\begin{pmatrix}16 & -16\\ -9 & 9\end{pmatrix}\Rightarrow B\cdot A-I_2=\begin{pmatrix}15 & -16\\ -9 & 8\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(B\cdot A-I_2\right)=-24$, de unde obținem $\det\left(A\cdot B+I_2\right)=\det\left(B\cdot A-I_2\right)$	**3p**
4.	$B-A+xI_2=\begin{pmatrix}6 & -4\\ -3 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & 0\\ 0 & x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+x & -2\\ -2 & 2+x\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}4+x & -2\\ -2 & 2+x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=-2$	**2p**
5.	$I_2+aA=\begin{pmatrix}1+2a & -2a\\ -a & 1+a\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(I_2+aA\right)=3a+1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\det\left(I_2+aA\right)+\det\left(I_2-aA\right)=3a+1+3\cdot(-a)+1=2$, pentru orice număr real a	**2p**
6.	$I_2-A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $\det\left(I_2-A\right)=-2\neq 0$, $\left(I_2-A\right)^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=\left(I_2-A\right)^{-1}\cdot A$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**2p**