Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{64}-\left(\frac{1}{2}:0{,}5-1\right)=8$.
5p	**2.** Determinați cel mai mare element al mulțimii $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2-3<2x\right\}$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2+x+1\right)=\log_2(3x)$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 17.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(0,1)$ și dreapta d de ecuație $y=x$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul M și este paralelă cu dreapta d.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=24$, $AC=10$, $BC=26$ și punctul D, mijlocul segmentului BC. Arătați că lungimea segmentului AD este egală cu 13.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-5(x+y)+30$.
5p	**1.** Arătați că $0*5=5$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x, știind că $(x-1)*(x+1)=8$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $5^{x^2}*5^{x^2}=5$.
5p	**6.** Dați exemplu de numere raționale p și q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0\\2&3\end{pmatrix}$, $B(x)=\begin{pmatrix}1&0\\x&1\end{pmatrix}$ și $C(x)=\begin{pmatrix}1&x\\2&3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=3$.
5p	**2.** Determinați numărul real x pentru care $C(x)\cdot B(x)=A$.
5p	**3.** Arătați că $C(x)\cdot B(x)-B(x)\cdot C(x)=\begin{pmatrix}x^2&0\\2x&-x^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Pentru $x=0$, determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(x)=A\cdot C(x)$.
5p	**5.** Demonstrați că, pentru orice număr întreg x, matricea $C(x)$ este inversabilă.
5p	**6.** Determinați numerele naturale x pentru care $\det\left(B(x)+C(x)\right)>0$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{64}-\left(\frac{1}{2}:0,5-1\right)=8-\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{2}-1\right)=$	**3p**
	$=8-(1-1)=8$	**2p**
2.	$x^2-2x-3<0 \Leftrightarrow x\in(-1,3)$	**3p**
	Cum x este număr întreg, cel mai mare element al mulțimii A este 2	**2p**
3.	$x^2+x+1=3x \Rightarrow x^2-2x+1=0$	**3p**
	$x=1$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, multipli ai lui 17 sunt: 17, 34, 51, 68 și 85, deci sunt 5 cazuri favorabile	**2p**
	$P=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{5}{90}=\frac{1}{18}$	**1p**
5.	Panta unei drepte paralele cu dreapta d este egală cu 1	**2p**
	Ecuația dreptei care trece prin M și este paralelă cu d este $y-1=1\cdot(x-0)$, deci $y=x+1$	**3p**
6.	$AB^2+AC^2=676=BC^2$, deci triunghiul ABC este dreptunghic în A	**2p**
	Cum AD este mediană, obținem $AD=\frac{BC}{2}=\frac{26}{2}=13$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0*5=0\cdot 5-5(0+5)+30=$	**3p**
	$=0-25+30=5$	**2p**
2.	$x*y=xy-5x-5y+25+5=$	**2p**
	$=x(y-5)-5(y-5)+5=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*6=(x-5)(6-5)+5=x-5+5=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$6*x=(6-5)(x-5)+5=x-5+5=x=x*6$, pentru orice număr real x, deci $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$(x-1-5)(x+1-5)+5=8 \Leftrightarrow x^2-10x+21=0$	**3p**
	$x=3$ sau $x=7$	**2p**
5.	$\left(5^{x^2}-5\right)\left(5^{x^2}-5\right)+5=5 \Leftrightarrow 5^{x^2}-5=0 \Leftrightarrow x^2=1$	**3p**
	$x=-1$ sau $x=1$	**2p**
6.	$p*q\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow (p-5)(q-5)\in\mathbb{Z}$	**2p**
	De exemplu, pentru $p-5=\frac{3}{2} \Leftrightarrow p=\frac{13}{2}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ și $q-5=\frac{2}{3} \Leftrightarrow q=\frac{17}{3}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, obținem $p*q=6$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\end{vmatrix}=1\cdot 3-2\cdot 0=$	**3p**
	$=3-0=3$	**2p**
2.	$C(x)\cdot B(x)=\begin{pmatrix}1+x^2 & x\\ 2+3x & 3\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}1+x^2 & x\\ 2+3x & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=0$	**2p**
3.	$B(x)\cdot C(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ x+2 & x^2+3\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$C(x)\cdot B(x)-B(x)\cdot C(x)=\begin{pmatrix}1+x^2-1 & x-x\\ 2+3x-x-2 & 3-x^2-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x^2 & 0\\ 2x & -x^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$B(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\end{pmatrix}$	**2p**
	$X=A\cdot C(0)$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 9\end{pmatrix}$	**3p**
5.	$\det\left(C(x)\right)=3-2x$, pentru orice număr întreg x	**2p**
	Pentru orice număr întreg x, deoarece $2x\neq 3$, obținem $\det\left(C(x)\right)\neq 0$, deci $C(x)$ este inversabilă	**3p**
6.	$\det\left(B(x)+C(x)\right)=\begin{vmatrix}2 & x\\ x+2 & 4\end{vmatrix}=-x^2-2x+8$, pentru orice număr natural x	**2p**
	$-x^2-2x+8>0\Rightarrow x\in(-4,2)$ și, cum x este număr natural, obținem $x=0$ sau $x=1$	**3p**