Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $2\cdot(18-2\cdot 9)+(2\cdot 9-8):2=5$.
5p	**2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(10-2x)=1$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale pare de două cifre au ambele cifre nenule.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(5,2)$ și $C(5,6)$. Demonstrați că triunghiul ABC este isoscel.
5p	**6.** Arătați că $(\sin 60°-\cos 60°)(\sin 60°+\cos 60°)=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
5p	**1.** Arătați că $3\circ(-1)=9$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
5p	**3.** Demonstrați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Determinați numărul real a pentru care $a\circ x=a$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Arătați că, dacă $x, y\in(-3,+\infty)$, atunci $x\circ y\in(-3,+\infty)$.
5p	**6.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x+3)\circ(x-3)\le 37$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(3))=125$.
5p	**2.** Demonstrați că $A(a)\cdot A(b)=A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.
5p	**3.** Arătați că $A(1)\cdot A(4)-A(2)\cdot A(3)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**4.** Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A(2)\cdot X=A(0)$.
5p	**6.** Determinați numerele naturale n pentru care $\det(A(n))\le\sqrt[3]{125}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 5

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$2\cdot(18-2\cdot 9)+(2\cdot 9-8):2=2\cdot(18-18)+(18-8):2=$	**2p**
	$=2\cdot 0+10:2=0+5=5$	**3p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x+1=2x-1\Leftrightarrow x=2$	**3p**
	$y=3$	**2p**
3.	$10-2x=2$	**3p**
	$x=4$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităţilor poate fi aleasă în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităţilor, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 9 moduri, deci se pot forma $4\cdot 9=36$ de numere naturale pare de două cifre cu ambele cifre nenule	**3p**
5.	$AB=4$	**2p**
	$BC=4$, deci ΔABC este isoscel	**3p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$(\sin 60°-\cos 60°)(\sin 60°+\cos 60°)=\sin^2 60°-\cos^2 60°=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$3\circ(-1)=3\cdot(-1)+3\cdot 3+3\cdot(-1)+6=$	**3p**
	$=-3+9-3+6=9$	**2p**
2.	$x\circ y=xy+3x+3y+6=yx+3y+3x+6=$	**3p**
	$=y\circ x$, pentru orice numere reale x şi y, deci legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă	**2p**
3.	$x\circ y=xy+3x+3y+9-3=$	**2p**
	$=x(y+3)+3(y+3)-3=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y	**3p**
4.	$(a+3)(x+3)-3=a\Leftrightarrow(a+3)(x+2)=0$, pentru orice număr real x	**3p**
	$a=-3$	**2p**
5.	$x,y\in(-3,+\infty)\Rightarrow x>-3$ şi $y>-3$, deci $x+3>0$ şi $y+3>0$	**2p**
	$(x+3)(y+3)>0\Rightarrow(x+3)(y+3)-3>-3\Rightarrow x\circ y>-3$, deci $x\circ y\in(-3,+\infty)$	**3p**
6.	$(x+3+3)(x-3+3)-3\le 37\Leftrightarrow x^2+6x-40\le 0$	**3p**
	$x\in[-10,4]$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(3)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^3\end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A(3)\right)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^3\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 125\end{vmatrix}=125$	**2p**
2.	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\cdot 5^b\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^{a+b}\end{pmatrix}=A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
3.	$A(1)\cdot A(4)-A(2)\cdot A(3)=A(1+4)-A(2+3)=$	**3p**
	$=A(5)-A(5)=O_2$	**2p**
4.	$\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\end{vmatrix}=5^a$, pentru orice număr real a	**2p**
	$5^a\neq 0 \Rightarrow \det\left(A(a)\right)\neq 0$, deci matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a	**3p**
5.	$A(2)A(-2)=A(0)=I_2$, deci $\left(A(2)\right)^{-1}=A(-2)$	**2p**
	$X=\left(A(2)\right)^{-1}\cdot A(0) \Rightarrow X=A(-2)\cdot A(0) \Rightarrow X=A(-2) \Rightarrow X=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \frac{1}{25}\end{pmatrix}$	**3p**
6.	$5^n\leq\sqrt[3]{125} \Leftrightarrow 5^n\leq 5 \Leftrightarrow n\leq 1$	**3p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**2p**