

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{180} - (\sqrt{125} + \sqrt{5}) = 0$.
- 5p 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{4x-2} = 49$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătratul unui număr natural.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(6,4)$ și $C(6,7)$. Demonstrați că $\triangle ABC$ este isoscel.
- 5p 6. Arătați că $(\cos 30^\circ - \sin 30^\circ)^2 + \cos 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$.

- 5p 1. Arătați că $2020 \circ 4 = 2020$.
- 5p 2. Demonstrați că $3 \circ x = 3$, pentru orice număr real x .
- 5p 3. Demonstrați că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = x$.
- 5p 5. Arătați că $x \circ y \geq 3$, pentru orice $x \geq 3$ și $y \geq 3$.
- 5p 6. Calculați $\sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2020}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricile $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 2+x & 4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det A = -18$.
- 5p 2. Arătați că $A \cdot B(0) - B(0) \cdot A = 6 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.
- 5p 3. Arătați că $\det(B(x)) = (2 - x)(x + 4)$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Arătați că $\det(A + B(2)) < \det A + \det(B(2))$.
- 5p 5. Demonstrați că $B(x) \cdot B(y) = B(y) \cdot B(x)$ dacă și numai dacă $x = y$.
- 5p 6. Determinați numărul natural nenul n pentru care $B(1) + B(2) + B(3) + \dots + B(n) = \begin{pmatrix} 200 & 5050 \\ 5250 & 400 \end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$, $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ $\sqrt{180} - (\sqrt{125} + \sqrt{5}) = 6\sqrt{5} - (5\sqrt{5} + \sqrt{5}) = 6\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 0$	2p 3p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 4x - 3 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $x = 1$, $x = 3$	3p 2p
3.	$7^{4x-2} = 7^2 \Leftrightarrow 4x - 2 = 2$ $x = 1$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele 16, 25, 36, 49, 64 și 81 sunt pătrate ale unor numere naturale, deci sunt 6 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$	2p 2p 1p
5.	$AB = 3$ $BC = 3$, deci $\triangle ABC$ este isoscel	2p 3p
6.	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $(\cos 30^\circ - \sin 30^\circ)^2 + \cos 30^\circ = 1 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2020 \circ 4 = 2020 \cdot 4 - 3(2020 + 4) + 12 =$ $= 8080 - 6060 - 12 + 12 = 2020$	3p 2p
2.	$3 \circ x = 3x - 3(3 + x) + 12 = 3x - 9 - 3x + 12 =$ $= -9 + 12 = 3$, pentru orice număr real x	3p 2p
3.	$x \circ y = xy - 3x - 3y + 9 + 3 =$ $= x(y - 3) - 3(y - 3) + 3 = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
4.	$x \circ x = (x - 3)^2 + 3$, pentru orice număr real x $(x - 3)^2 + 3 = x \Leftrightarrow (x - 3)(x - 4) = 0$, deci $x = 3$ sau $x = 4$	2p 3p
5.	$x \geq 3$ și $y \geq 3$, deci $x - 3 \geq 0$ și $y - 3 \geq 0$ $(x - 3)(y - 3) \geq 0 \Rightarrow (x - 3)(y - 3) + 3 \geq 3 \Rightarrow x \circ y \geq 3$, pentru orice $x \geq 3$ și $y \geq 3$	2p 3p
6.	$x \circ 3 = 3$ și $3 \circ y = 3$, unde x și y sunt numere reale $\sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \dots \circ \sqrt{2020} = ((\sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \dots \circ \sqrt{8}) \circ 3) \circ \sqrt{10} \circ \dots \circ \sqrt{2020} = 3 \circ (\sqrt{10} \circ \dots \circ \sqrt{2020}) = 3$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 0 \cdot 9 - 3 \cdot 6 =$ $= 0 - 18 = -18$	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.	$A \cdot B(0) - B(0) \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 30 & 36 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 24 & 42 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
3.	$\det(B(x)) = \begin{vmatrix} 2 & x \\ 2+x & 4 \end{vmatrix} = 8 - x(x+2) =$ $= -x^2 - 2x + 8 = (2-x)(x+4), \text{ pentru orice număr real } x$	<p>3p</p> <p>2p</p>
4.	$B(2) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow A + B(2) = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 10 & 13 \end{pmatrix}, \text{ deci } \det(A + B(2)) = -24$ <p>Cum $\det(B(2)) = 0$ și $\det A = -18$, obținem $\det(A + B(2)) < \det A + \det(B(2))$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
5.	$B(x) \cdot B(y) = \begin{pmatrix} xy + 2x + 4 & 4x + 2y \\ 2x + 4y + 12 & xy + 2y + 16 \end{pmatrix}, B(y) \cdot B(x) = \begin{pmatrix} xy + 2y + 4 & 2x + 4y \\ 4x + 2y + 12 & xy + 2x + 16 \end{pmatrix},$ <p>pentru orice numere reale x și y</p> $\begin{pmatrix} xy + 2x + 4 & 4x + 2y \\ 2x + 4y + 12 & xy + 2y + 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy + 2y + 4 & 2x + 4y \\ 4x + 2y + 12 & xy + 2x + 16 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = y$	<p>2p</p> <p>3p</p>
6.	$B(1) + B(2) + B(3) + \dots + B(n) = \begin{pmatrix} 2n & \frac{n(n+1)}{2} \\ 2n + \frac{n(n+1)}{2} & 4n \end{pmatrix}, \text{ unde } n \text{ este număr natural nenul}$ $\begin{pmatrix} 2n & \frac{n(n+1)}{2} \\ 2n + \frac{n(n+1)}{2} & 4n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 & 5050 \\ 5250 & 400 \end{pmatrix} \Leftrightarrow n = 100$	<p>3p</p> <p>2p</p>