**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***

**Test 7**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

**5p** **1.** Determinați a 2020-a zecimală a numărului $\frac{5}{6}$.

**5p** **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2-1$. Determinați numerele naturale $x$ pentru care $f(x)\geq g(x)$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5-x}=\sqrt{x+1}$.

**5p** **4.** Dacă elevii unei clase se așază câte trei în bancă, rămân patru bănci libere, iar dacă se așază câte doi în bancă, un elev rămâne singur în bancă și nu rămân bănci libere. Determinați numărul de bănci din această sală de clasă.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(7,0)$, $B(4,4)$ și $C(2,0)$. Calculați distanța de la punctul $C$ la dreapta $AB$.

**5p** **6.** Arătați că $\sqrt{3}\sin 60°-\frac{4}{\sqrt{3}}\sin 60°\cos 60°+\cos 60°=1$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=2xy-6(x+y)+21$.

**5p** **1.** Arătați că $(-1)\circ 3=3$.

**5p** **2.** Demonstrați că $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **3.** Verificați dacă $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

**5p** **4.** Determinați mulțimea numerelor întregi $a$ pentru care $(a+3)\circ(a-3)<3$.

**5p** **5.** Determinați numărul real $x$ pentru care $x\circ x\circ x=7$.

**5p** **6.** Determinați perechile $(m,n)$ de numere naturale pentru care $m\circ n=5$.

## SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **1.** Calculaţi $\det A$.

**5p** **2.** Arătaţi că $A^2-2A+I_2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

**5p** **3.** Determinaţi numerele reale $m$ pentru care $\det\left((m-1)A\right)=m+1$.

**5p** **4.** Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A=I_2$.

**5p** **5.** Demonstrați că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A\cdot X=X\cdot A$, atunci $X=\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & a\end{pmatrix}$, unde $a$ și $b$ sunt numere reale.

**5p** **6.** Determinaţi numerele reale $x$ şi $y$, ştiind că $xA+yB=\begin{pmatrix}5 & -2\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***
**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Test 7**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\frac{5}{6}=0{,}8(3)$ | **2p** |
| | A 2020-a zecimală a numărului $\frac{5}{6}$ este $3$ | **3p** |
| **2.** | $3x-3\geq x^2-1 \Leftrightarrow x^2-3x+2\leq 0$ | **2p** |
| | Cum $x$ este număr natural, obținem $x=1$ sau $x=2$ | **3p** |
| **3.** | $5-x=x+1 \Rightarrow 2x=4$ | **3p** |
| | $x=2$, care convine | **2p** |
| **4.** | $3(b-4)=2(b-1)+1$, unde $b$ este numărul de bănci | **2p** |
| | $b=11$ | **3p** |
| **5.** | $AC=5$ | **2p** |
| | $AB=5$, deci $\Delta ABC$ este isoscel și distanța de la punctul $C$ la dreapta $AB$ este egală cu înălțimea din $B$ a triunghiului $ABC$, adică este egală cu $4$ | **3p** |
| **6.** | $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$ | **2p** |
| | $\sqrt{3}\sin 60°-\frac{4}{\sqrt{3}}\sin 60°\cos 60°+\cos 60°=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{4}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-1+\frac{1}{2}=1$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $(-1)\circ 3=2(-1)\cdot 3-6(-1+3)+21=$ | **3p** |
| | $=-6-12+21=3$ | **2p** |
| **2.** | $x\circ y=2xy-6x-6y+18+3=$ | **2p** |
| | $=2x(y-3)-6(y-3)+3=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **3p** |
| **3.** | $x\circ\frac{7}{2}=2(x-3)\left(\frac{7}{2}-3\right)+3=x-3+3=x$ | **2p** |
| | $\frac{7}{2}\circ x=2\left(\frac{7}{2}-3\right)(x-3)+3=x-3+3=x=x\circ\frac{7}{2}$, pentru orice număr real $x$, deci $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$” | **3p** |
| **4.** | $2(a+3-3)(a-3-3)+3<3 \Leftrightarrow 2a(a-6)<0$ | **3p** |
| | Cum $a$ este număr întreg, obținem $a\in\{1,2,3,4,5\}$ | **2p** |
| **5.** | $x\circ x=2(x-3)^2+3$, $x\circ x\circ x=4(x-3)^3+3$ | **2p** |
| | $4(x-3)^3+3=7 \Leftrightarrow (x-3)^3=1 \Leftrightarrow x=4$ | **3p** |
| **6.** | $2(m-3)(n-3)+3=5 \Leftrightarrow (m-3)(n-3)=1$ | **3p** |
| | Cum $m$ și $n$ sunt numere naturale, obținem $(2,2)$ sau $(4,4)$ | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-0\cdot 2=$ | **3p** |
| | $=1-0=1$ | **2p** |
| **2.** | $A^2=\begin{pmatrix}1 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}$, $2A=\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 2\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $A^2-2A+I_2=\begin{pmatrix}1 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}=O_2$ | **2p** |
| **3.** | $(m-1)A=\begin{pmatrix}m-1 & 2(m-1)\\0 & m-1\end{pmatrix}\Rightarrow \det((m-1)A)=(m-1)^2$, pentru orice număr real $m$ | **2p** |
| | $(m-1)^2=m+1\Leftrightarrow m^2-3m=0$, deci $m=0$ sau $m=3$ | **3p** |
| **4.** | $A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+0 & -2+2\\0+0 & 0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$ | **2p** |
| | Cum $B\cdot A=\begin{pmatrix}1 & -2\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+0 & 2+(-2)\\0+0 & 0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$, obținem că $A\cdot B=B\cdot A=I_2$ | **3p** |
| **5.** | $X=\begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix}$, unde $a, b, c, d\in\mathbb{R}$, $A\cdot X=\begin{pmatrix}a+2c & b+2d\\c & d\end{pmatrix}$, $X\cdot A=\begin{pmatrix}a & 2a+b\\c & 2c+d\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $\begin{pmatrix}a+2c & b+2d\\c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & 2a+b\\c & 2c+d\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=d$ și $c=0$, deci $X=\begin{pmatrix}a & b\\0 & a\end{pmatrix}$, unde $a$ și $b$ sunt numere reale | **2p** |
| **6.** | $xA+yB=x\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}1 & -2\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+y & 2x-2y\\0 & x+y\end{pmatrix}$, unde $x$ și $y$ sunt numere reale | **2p** |
| | $\begin{pmatrix}x+y & 2x-2y\\0 & x+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & -2\\0 & 5\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=5\\2x-2y=-2\end{cases}\Leftrightarrow x=2$ și $y=3$ | **3p** |