Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $2-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\right)=0$.

5p **2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(a,a)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$.

5p **3.** Rezolvați în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-25}=2\sqrt{6}$.

5p **4.** La dublul unui număr adunăm 10, iar rezultatul îl înmulțim cu 7. Din noul rezultat scădem 56 și obținem 28. Determinați numărul inițial.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-2)$, $B(-3,6)$ și $C(1,0)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul C și prin mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Arătați că $16\sin^2 60°\cos^2 60°+\sin 60°-\sqrt{3}\cdot\cos 60°=3$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy+2x+2y$.

5p **1.** Arătați că $1\circ 2=10$.

5p **2.** Demonstrați că $x\circ y=2(x+1)(y+1)-2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $x\circ(-1)=-2$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Determinați $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\log_2 x\circ\log_2 x=-2$.

5p **5.** Arătați că $(2x+1)\circ x\geq -2$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Determinați numerele naturale m și n, $m<n$, pentru care $m\circ n=10$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&1\\-2&-1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&3\\-4&-6\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=0$.

5p **2.** Calculați $\det(A+B)$.

5p **3.** Arătați că $A\cdot A=A$.

5p **4.** Calculați $\det(A\cdot B-B\cdot A)$.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B+xI_2)=0$.

5p **6.** Determinați numerele reale p și q, știind că $(A+B)(A+B)=pA+qB+B\cdot A$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 8

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}=\frac{6+8+9+1}{12}=2$	**3p**
	$2-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\right)=2-2=0$	**2p**
2.	$f(a)=a^2-a+1$, deci $f(a)=a \Leftrightarrow a^2-2a+1=0$	**3p**
	$a=1$	**2p**
3.	$x^2-25=24 \Rightarrow x^2-49=0$	**2p**
	$x=-7$ sau $x=7$, care convin	**3p**
4.	$(2x+10)\cdot 7-56=28$, unde x este numărul inițial	**3p**
	$x=1$	**2p**
5.	$M(-1,2)$, unde M este mijlocul segmentului AB	**2p**
	Ecuația dreptei MC este $y=-x+1$	**3p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$16\sin^2 60°\cos^2 60°+\sin 60°-\sqrt{3}\cdot\cos 60°=16\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}=3$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ 2=2\cdot 1\cdot 2+2\cdot 1+2\cdot 2=$	**3p**
	$=4+2+4=10$	**2p**
2.	$x\circ y=2xy+2x+2y+2-2=$	**2p**
	$=2x(y+1)+2(y+1)-2=2(x+1)(y+1)-2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x\circ(-1)=2(x+1)(-1+1)-2=$	**2p**
	$=0-2=-2$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$2(\log_2 x+1)(\log_2 x+1)-2=-2 \Leftrightarrow \log_2 x+1=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{2}$, care convine	**2p**
5.	$(2x+1)\circ x=2(2x+2)(x+1)-2=4(x+1)^2-2$	**3p**
	$4(x+1)^2\geq 0$, deci $(2x+1)\circ x\geq -2$, pentru orice număr real x	**2p**
6.	$2(m+1)(n+1)-2=10 \Leftrightarrow (m+1)(n+1)=6$	**2p**
	Cum m și n sunt numere naturale și $m<n$, obținem $m=0$, $n=5$ sau $m=1$, $n=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{vmatrix}=2\cdot(-1)-(-2)\cdot 1=$	**3p**
	$=-2+2=0$	**2p**
2.	$A+B=\begin{pmatrix}4 & 4\\ -6 & -7\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A+B)=\begin{vmatrix}4 & 4\\ -6 & -7\end{vmatrix}=4\cdot(-7)-(-6)\cdot 4=$	**3p**
	$=-28+24=-4$	**2p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}2\cdot 2+1\cdot(-2) & 2\cdot 1+1\cdot(-1)\\ (-2)\cdot 2+(-1)\cdot(-2) & (-2)\cdot 1+(-1)\cdot(-1)\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}=A$	**2p**
4.	$A\cdot B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A\cdot B-B\cdot A)=0$	**3p**
5.	$B\cdot B+xI_2=\begin{pmatrix}x-8 & -12\\ 16 & x+24\end{pmatrix}\Rightarrow \det(B\cdot B+xI_2)=x^2+16x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x(x+16)=0\Leftrightarrow x=-16$ sau $x=0$	**3p**
6.	$(A+B)(A+B)=A\cdot A+A\cdot B+B\cdot A+B\cdot B=A+O_2+B\cdot A+(-4)B=A+B\cdot A+(-4)B$	**2p**
	$A+(-4)B+B\cdot A=pA+qB+B\cdot A\Leftrightarrow A-4B=pA+qB\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-6 & -11\\ 14 & 23\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2p+2q & p+3q\\ -2p-4q & -p-6q\end{pmatrix}$, de unde obținem $p=1$ și $q=-4$, care convin	**3p**