Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 9

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că $\sqrt{32}-\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{2}=0$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+a$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a pentru care $f(2)=10$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{7x-12}=x$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifre nenule.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=x-4$. Determinați distanța dintre punctele de intersecție a dreptei d cu axele Ox, respectiv Oy.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5$, $AC=12$ şi $BC=13$. Calculați aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-(x+y)+2$.

5p **1.** Arătați că $1*(-1)=1$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Verificați dacă $e=2$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Verificați dacă $\frac{4}{3}$ este simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.

5p **5.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\le x$.

5p **6.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 11, acesta să verifice egalitatea $n*n*n=n$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -3 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătaţi că $\det(M(0))=1$.

5p **2.** Arătați că $M(1)-M(3)=M(3)-M(5)$.

5p **3.** Arătaţi că $A\cdot A=A$.

5p **4.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $\det\left(M\left(x^2\right)\right)<5$.

5p **5.** Demonstrați că $M(x)\cdot M(y)=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **6.** Determinați numerele întregi m și n, $m<n$, pentru care $M(m)\cdot M(n)=M(2)$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 9

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$	**3p**
	$\sqrt{32}-\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$	**2p**
2.	$f(2)=10+a$	**2p**
	$a=0$	**3p**
3.	$7x-12=x^2 \Rightarrow x^2-7x+12=0$	**2p**
	$x=3$ sau $x=4$, care convin	**3p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 9 moduri și, cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 8 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor poate fi aleasă în câte 7 moduri, deci se pot forma $9\cdot 8\cdot 7=504$ numere	**3p**
5.	Dreapta d intersectează axa Ox în punctul $A(4,0)$ și axa Oy în punctul $B(0,-4)$	**2p**
	$AB=4\sqrt{2}$	**3p**
6.	$5^2+12^2=13^2 \Rightarrow \Delta ABC$ este dreptunghic în A	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{5\cdot 12}{2}=30$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*(-1)=1\cdot(-1)-(1+(-1))+2=$	**3p**
	$=-1-0+2=1$	**2p**
2.	$x*y=xy-x-y+1+1=$	**2p**
	$=x(y-1)-(y-1)+1=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*2=(x-1)(2-1)+1=x-1+1=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2*x=(2-1)(x-1)+1=x-1+1=x=x*2$, pentru orice număr real x, deci $e=2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$4*\frac{4}{3}=(4-1)\left(\frac{4}{3}-1\right)+1=3\cdot\frac{1}{3}+1=2$	**2p**
	$\frac{4}{3}*4=\left(\frac{4}{3}-1\right)(4-1)+1=\frac{1}{3}\cdot 3+1=2$, deci $\frac{4}{3}$ este simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziție „$*$”	**3p**
5.	$x*x=(x-1)^2+1$, unde x este număr real	**2p**
	$(x-1)^2+1\le x \Leftrightarrow (x-1)(x-2)\le 0$, deci $x\in[1,2]$	**3p**
6.	Sunt 10 numere naturale nenule mai mici decât 11, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	$(n-1)^3+1=n$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$M(0)=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(M(0))=\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=1\cdot 1-0\cdot 0=1$	**2p**
2.	$M(1)-M(3)=I_2+A-(I_2+3A)=-2A$	**2p**
	$M(3)-M(5)=I_2+3A-(I_2+5A)=-2A=M(1)-M(3)$	**3p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}(-2)\cdot(-2)+2\cdot(-3) & (-2)\cdot 2+2\cdot 3\\(-3)\cdot(-2)+3\cdot(-3) & (-3)\cdot 2+3\cdot 3\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}4-6 & -4+6\\6-9 & -6+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&2\\-3&3\end{pmatrix}=A$	**2p**
4.	$M(x^2)=\begin{pmatrix}1-2x^2 & 2x^2\\-3x^2 & 1+3x^2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(M(x^2))=1+x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$1+x^2<5\Leftrightarrow (x-2)(x+2)<0$, deci $x\in(-2,2)$	**2p**
5.	$M(x)\cdot M(y)=(I_2+xA)(I_2+yA)=I_2+xA+yA+xyA\cdot A=$	**3p**
	$=I_2+xA+yA+xyA=I_2+(x+y+xy)A=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
6.	$M(m+n+mn)=M(2)\Leftrightarrow m+n+mn=2$	**2p**
	$(m+1)(n+1)=3$ și, cum m și n sunt numere întregi, $m<n$, obținem $m=-4$, $n=-2$ sau $m=0$, $n=2$	**3p**